

**SZIGETSZENTMIKLÓSI
BATTYÁNY KÁZMÉR GIMNÁZIUM**



HELYI TANTERV

MATEMATIKA 5-12. ÉVFOLYAM

2020.

BEVEZETÉS

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól

megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunktól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismerteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, illetve pl. vegyész, grafikus, szociológus) ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A kerettanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől, stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség

számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Jelen tanterv a NAT-ban leírt célok és fejlesztési követelmények alapján készült. A tananyag témakörökre történő felosztásánál a korábbi csoportosítást követtük, amely egyezik az érettségi követelmények felosztásával, így az öt témakör:

- Gondolkodási módszerek;
- Számtan, algebra;
- Függvények, sorozatok;
- Geometria;
- Valószínűség, statisztika.

Törekedtünk arra, hogy fokozottan érvényesüljön a tananyag spirális felépítése figyelembe véve a fogalmak épülésének hosszú távú folyamatát. Felső tagozat kezdetén erősen építünk az alsó tagozaton is alkalmazott manipulatív tevékenységekre, induktív módszerekre, melyekre építjük a képi szemléltetéseket előkészítve a szimbolikus szinten végzendő tevékenységeket, amivel a középiskolára való felkészítést segítjük.

Az egyes témakörök tanítási sorrendjét, anyagrészekre bontását a tantervnek nem feladata meghatározni, ezt a tanterv alapján készülő tanmenet rögzíti.

5-8. ÉVFOLYAM

ALAPELVEK, CÉLOK

Az alapfokú képzés első – a matematikai alapkészségek kialakítását legfőbb célként megjelölő – nevelési-oktatási szakaszát követően az 5–8. évfolyamon a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye, valamint felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

Gimnáziumunkba több iskolából, többféle felkészültséggel érkeznek a tanulók, ezért 5. osztályba lépéskor nagyobb szerepet kap az ismétlésre épülő rendszerezés, biztosítva ezzel a folyamatosságot, hogy felső tagozatba lépés ne jelentsen törést, hirtelen változást az alkalmazott módszerek tekintetében. Különös figyelmet kell fordítani a fogalmak kialakítására, elmélyítésére, s ez nem nélkülözheti a színes tevékenységeket, változatos cselekvéseket. A kísérletezés, a játék szerepe nem szűnhet meg a felsős évfolyamokon sem.

A fentiek és az életkori sajátosságok figyelembevétele indokolja, hogy a felső tagozat első két évfolyamán tananyagban és időráfordításban is lényegesen nagyobb szerepet kap a Számтан-algebra témakör, mint a további két évfolyamon.

A megfelelően kialakított számfogalom, a bővülő számkörben végzett műveletek értése és begyakorlottsága alapfeltétele a további eredményes munkának.

Alapvető célunk a megértésen alapuló gondolkodás fejlesztése, a valóságos szituációk és a matematikai modellek közötti kétirányú út megismertetése, és azok használatának fokozatos kialakítása.

A tanítás fő módszere továbbra is a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanulási tevékenység és problémamegoldás során a tanulót ösztönözni kell egyszerű problémák felfedezésére, megfogalmazására és a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezésére.

A tanuló konkrét helyzetek megoldására képi és szimbolikus modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

A matematikatanítás célja és ennek kapcsán feladata: megismertetni a tanulókat az őket körülvevő konkrét környezet mennyiségi és térbeli viszonyaival, megalapozni a korszerű, alkalmazásra képes matematikai műveltségüket, fejleszteni a gondolkodásukat, az életkornak megfelelő szinten biztosítani a többi tantárgy tanuláshoz, a mindennapok gyakorlatához szükséges matematikai ismereteket és eszközöket. A tanulók találkozzanak biológiához, kémiához, fizikához, földrajzhoz, környezetvédelemhez, egészséges életmódra neveléshez kapcsolódó feladatokkal.

A matematikával való foglalkozás fejlessze a tapasztalatból kiinduló önálló ismeretszerzést, alakítsa ki az önálló gondolkodás igényét, ismertesse meg a problémamegoldás örömeit és szolgálja a pozitív személyiségjegyek kialakulását.

Törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, kíváncsiságának felkeltésére, fenntartására, önállóságának fejlesztésére, a pontos, tervszerű és kitartó munkára való nevelésre, a reális önbizalom, önértékelés, az akaraterő fejlesztésére. Célunk az igényes kommunikáció kialakítása, a vitakészség a gondolatok érvekkel való alátámasztásának, egymás gondolatainak elfogadásának fejlesztése. Ehhez hozzátartozik a szóbeli és írásbeli kifejezőképesség, a megnyilatkozni tudás, a reflektálás képességének fejlesztése.

Az általános iskola felső tagozatán egyre nagyobb szerepet kap az elemző gondolkodás fejlesztése, a problémamegoldás mellett az igazolások keresése, egyszerűbb következtetések megértése, észrevétele, önálló megfogalmazása.

Különböző területekről érkező, más és más módon megfogalmazott információk önálló értelmezésével és az ismeretek megtanulásával, fokozatosan el kell sajátítani – és alkalmazni is tudni kell – a deduktív út egyszerűbb, legegyszerűbb formáit. Eközben nem csökken az induktív út jelentősége sem a felső tagozaton.

Ebben a szakaszban, míg a matematikai ismeretek egy része absztraktabbá válik, addig jelentős részük továbbra is a konkrét tapasztalatokhoz kapcsolódik. Éppen ezért hangsúlyt kell helyezni a sokszínű tevékenységre, a tapasztalatok tudatosítására, különböző módokon való rögzítésére, értelmezésére, rendszerezésére, összefüggések keresésére, a matematikai modellek tudatosítására. A matematika tanításának-tanulásának a felső tagozaton is jellemzője a felfedeztetés, a probléma felvetésétől a megoldásig vezető – néha tévedésektől sem mentes – útnak az egyre önállóbb bejárása.

Nagy jelentőséget tulajdonítunk a következtetésre épülő problémamegoldásnak, az egyszerű algoritmusok kialakításának, követésének is. Mindezt eleinte konkrét helyzetekben végezzük, majd erre építve – az életkori sajátosságok figyelembevételével – általánosítunk.

A tanulási folyamatnak legyen jellemzője a fokozatos absztrahálás mellett a gyakori konkretizálás, az általánosítás mellett a specializálás.

Felső tagozaton az ismert számok köre bővül a törtekkel és a negatív számokkal úgy, hogy a tanuló ezekkel műveleteket tud végezni. A tanulás-tanítás egyik lényeges elvárása, hogy a különböző, szöveggel, számokkal megadott matematikai szituációk képi, majd szimbolikus modelljeinek bevezetése fokozatos legyen. A tanuló a megismert szimbólumokkal egyszerű műveleteket végez, ismeri ezek tulajdonságait.

Az 5–8. évfolyamon a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának bemutatását.

Fejlődnek a tanuló készségei a matematikai kommunikáció terén. A matematikai kifejezéseket helyesen használja, a fogalmakat értelmezi, megmagyarázza, gyakorlati helyzetekben jól alkalmazza. Ismereteit összefoglalva prezentálni tudja.

A tanuló a közös munkában tevékenyen részt vesz. Eseti feladatokban és projektekben mások véleményét elfogadja, és ha különbözik a véleményük, igyekszik érvekkel meggyőzni társait.

Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését és reményét a matematika megértése iránt.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ellenőrzés és az értékelés csak a tanult ismeretek alkalmazására terjed ki.

Az általános iskolai matematikai nevelés adjon biztos alapot a reális középfokú tanulmányok folytatásához.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának képességét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan

alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszer.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematika – a lehetőségekhez igazodva – támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, grafikus kalkulátor, számítógép, Internet stb.) információhordozók célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat az ismeretszerzésben, a problémák megoldásának egyszerűsítésében.

A matematikai fejlesztő játékok és a számítógép, illetve más IKT-eszközök biztonságos alkalmazása mellett a tanuló megismerkedik olyan matematikai szoftverekkel, amelyek a matematikai tudást és a digitális kompetenciákat együtt fejlesztik.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a

különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekből való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, mérlegelő gondolkodás, problémamegoldás, kezdeményezőkézség, másokkal való együttműködés készsége).

FEJLESZTÉSI KÖVETELMÉNYEK

A tanulók jelentős hányada ezen négyéves időszak során jut el a konkréttól az elvontabb gondolkodáshoz. Ez a fejlődési folyamat alapvetően befolyásolja a fejlesztéshez kapcsolódó követelményeket.

A személyiség fejlesztésére a tantárgy tanítása során nyíló lehetőségek tudatos felhasználása (az érdeklődés irányítása, fegyelmezett gondolkodás elősegítése, a kísérletezés, tapasztalatszerzés beépítése az ismeretszerzés folyamatába stb.)

Az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása, a matematikai szemlélet fejlesztése

Az időszak első részében a Számтан, algebra témakörben gyakorlati tevékenységekkel alakítjuk a számfogalmat, majd az egyre bővülő számkörben dolgozunk.

Az alapműveletek körében törekednünk kell az egyre biztosabb műveletfogalom kialakítására. Az újonnan bevezetett műveletek megértéséhez, elvégzéséhez, gyakorlásához 7. évfolyam II. félévétől zsebszámológépet is használhatnak a tanulók.

A matematika elemi fogalmait, összefüggéseit más tantárgyakban és a mindennapi életben is alkalmazzuk. A többi tantárgy anyagának elsajátításához szükséges matematikai ismeretek biztosítása.

A változó mennyiségek közötti kapcsolatok vizsgálatával fejlesszük a függvényszemléletet, a tanulóknak meg kell ismerkedniük a gyakorlatban előforduló egyszerű függvényekkel, grafikonokkal.

Geometriában eszközök felhasználásával fejlesztjük a síkban való tájékozódást és a térszemléletet. Tevékenységgel juttatjuk el a tanulókat az egyszerű geometriai transzformációk megismeréséhez, használatához. Ennek segítségével alakítható ki későbbiekben a dinamikus geometriai szemlélet.

A matematika tanításában a matematikai logika néhány elemét ("minden", "van olyan", "és", "vagy", "nem") tudatosan használjuk. Az időszak vége felé egyszerű sejtések igazolásakor, ill. cáfolásakor a "ha..., akkor...", "pontosan akkor..., ha..." következtetések is belépnek a tanításunkba.

A matematika tanítás ébresszen igényt a megfigyelések alapján kérdések feltevésére, sejtések megfogalmazására, a sejtések igazolására.

Adjon szilárd, alkalmazásra és további ismeretszerzésre kész ismereteket.

A matematika beszélt és írott nyelvének megismertetése a tanulókkal.

Feladatunk a matematikai fogalomalkotással, a törvényszerűségek észlelésével, igazolásával és azok felhasználásával kapcsolatos gondolatrendszer kiépítése.

Fejlesztünk kell a tanítás folyamán a problémafelismerő és problémamegoldó képességet. Fel kell tárnunk a matematika és a valóság kapcsolatát.

Gyakorlottság a matematikai problémák megoldásában, jártasság a logikus gondolkodásban

Nagy súlyt fektetünk a szövegértő képesség fejlesztésére, szöveg alapján nyitott mondatok felírására, s ezek (módszeres) próbálkozással, következtetéssel, majd algebrai úton történő megoldására. A későbbiekben matematikai szövegek értelmezésével, elemzésével segítjük a diszkussziós képesség fejlesztését, a többféle megoldás keresését.

A modellalkotás a matematizálás fontos eszköze, segítséget nyújt a problémák megoldásához.

Kellő figyelmet fordítunk a mindennapi gyakorlatban fontos mérések és szerkesztések elvégzésére. Így érzük el, hogy a szemléletesen kialakított kerület, terület, felszín, térfogat fogalmakat, számítási módjukat a tanulók alkalmazzák a gyakorlatban.

Különböző feladatok segítségével értetjük meg, hogy vannak biztos és lehetetlen események, ill. olyanok, amelyeknek bekövetkezése lehetséges. Fokozatosan kialakítjuk a valószínűség szemléletes fogalmát.

Az elsajátított megismerési módszerek és gondolkodási műveletek alkalmazása

A matematikai ismeretszerzésben hosszú ideig nagy szerepet játszik az induktív módszer, de ezen tanítási időszakban is mutatunk már néhány lépéses bizonyítást, deduktív következtetést is.

Fontos, hogy ne csak a matematikából, hanem a mindennapi életből is szerepeltessünk állításokat, melyeknek igaz vagy hamis voltát a tanulókkal együtt elemezzük. Ily módon juttatjuk el őket sejtések és szabályszerűségek megfogalmazásához.

A különböző feladatokban a tanulók által végeztetett csoportosítás, osztályozás, sorbarendezés, a bizonyos feltételeknek eleget tevő elemek kiválasztása fejleszti a matematika különböző területein és más témakörökben is fontos halmazszemléletet.

A különböző feladatokhoz készített ábrák, egyszerű gráfok segítségével megértettjük a tanulókkal a modellek alkalmazásának szerepét.

Kezdetől fogva adatok gyűjtésével, lejegyzésével, grafikonok készítésével, néhány lépéses algoritmusok alkalmazásával kifejlesztjük az adatsokaságok elemzésének, jellemzésének, ábrázolásának képességét, a statisztika legalapvetőbb elemeinek megismerését.

Mindezzel elérjük, hogy a tanulók képesek legyenek néhány lépéses algoritmusokat önállóan is készíteni.

Helyes tanulási szokások fejlesztése

A tanulókat hozzászoktatjuk, hogy számítások, mérések előtt becsléseket végezzenek, s a feladatmegoldások helyességét ellenőrizzék. A gyakorlati feladatoknál, számításoknál elkerülhetetlen kerekítés alkalmazásával is el kell érniük, hogy a tanulók reális eredményeket fogadjanak el.

Hozzászoktatjuk a tanulókat, hogy a feladatok megoldása előtt megoldási tervet, egyes esetekben vázlatot készítsenek. El kell érniük, hogy a megoldást is le tudják írni. A leírás szabatoságára, a lényeg kiemelésére tanítjuk a tanulókat.

A matematika órákon, a feladatmegoldásokban az életkornak megfelelően elvárható pontossággal használtatjuk az anyanyelvet, ill. a szaknyelvet, s fokozatosan bővítjük a jelölésrendszert.

A fogalmak tartalmi megismerése, megértése megelőzi azok definiálását. Az általános iskola felsőbb évfolyamain a tanult definíciók alkalmazására is sor kerül. Különböző eljárások, s egyes tételek eszközként való felhasználását feladatmegoldásban fontos fejlesztési területnek tekintjük.

Az érvelés, a cáfolás, a vitakészség, a helyes kommunikáció állandó fejlesztése folyamatos feladatunk.

A tankönyvek, feladatgyűjtemények, statisztikai-zsebkönyv, majd lexikonok, kisenciklopédiák használatára meg kell tanítanunk diákjainkat. Lehetőség szerint multimédiás eszközökkel is ismertessük meg a tanulókat. Ezek interaktív módon való használata aktivizálja a tanulókat, segíti a tanulást, fejleszti a matematikai szemléletüket. Pozitív motivációval felkelthetjük érdeklődésüket a matematikai érdekességek, a matematika története iránt. Felhívhatjuk a figyelmüket néhány magyar, ill. más nemzetiségű neves matematikus életére és munkásságára például a tanított anyaghoz kapcsolódóan.

ÉRTÉKELÉSI JAVASLATOK

A korszerű fejlesztési célokat, követelményeket követő értékelési rendszer szükségessé teszi a hagyományos, ismereteket számonkérő dolgozatok és szóbeli feleletek modernebb felfogását, továbbá más típusú tevékenységek értékelését.

Az önálló ellenőrzésre nevelés feladatákként a házi feladatok ellenőrzése és javítása folyamatosan történik az egész tanév során.

- A hagyományos dolgozatok adjanak lehetőséget differenciálásra, tudatosan törekedjenek az indoklások szöveges megfogalmazására, a problémamegoldás egyes lépéseinek esetleges szétválasztására (pl. egy feladat csak arról szól, hogy melyek a szövegből a kérdésre vonatkozó adatok).
- A szóbeli feleletekben fontos cél a vitakészség, szóbeli érvelés értékelése, ugyanis a cél az anyanyelv és a szaknyelv pontos használata. A szóbeli feleleteket nem kell minden esetben érdemjeggyel értékelnünk, lehet szóbeli értékelés is.
- Csoportmunka értékelése történhet elkészült projekt alapján vagy egy, a csoportból választott tanuló szóbeli felelete alapján. ekkor a csoport minden tagja érdekelt abban, hogy mindenki egyformán tájékozott legyen a közös munkáról, így működik a csoportban a kooperáció, az egymás tanítása.
- Fontosnak tartjuk a tanulók manipulatív tevékenységeinek értékelését, ami különböző modellek elkészítésében, gyakorlati mérésekben, kísérletek elvégzésében nyilvánul meg.
- Értékeléssel ösztönözzük a tanulókat arra, hogy foglalkozzanak a környezetükben előforduló matematikai problémákkal, végezzenek önálló kutatást, adatgyűjtést ilyen témákról.
- A tanulók olvassanak életkoruknak megfelelő matematikai, matematika történeti érdekességekről, ezekről számoljanak be szóban vagy írásban.
- Jutalmazással ösztönözzük a gyengébb képességű tanulókat a felzárkózásra, többlet feladatok elvégzésére, a matematikában tehetségeseket pedig a tananyagon túli problémák megoldására.
- Minden témakört diagnosztikus méréssel zárjuk.
- A tanév során 4 minősítő témazáró dolgozatot íratunk.

<i>A témazáró dolgozatok értékelése:</i>	
0 – 39 %	elégtelen
40 – 54 %	elégséges
55 – 69 %	közepes
70 – 84 %	jó
85 – 100 %	jeles

Ezek alapján az egyes osztályokra vonatkozó speciális értékelési lehetőségeket osztályonként külön felsoroljuk.

5 – 6. ÉVFOLYAM

Éves óraszám: 136 – 136 óra

Az 5–6. évfolyam tanulás-módszertani szempontból átmenetet képez az alsó tagozat játékos, tevékenykedtető, felfedeztető módszerei és a matematika elméleti ismereteinek befogadását jelentő tanulási módszerek között. Továbbra is fontos szerepet játszik a szemléltetés, az eszközök használata. Elvárható a szerzett tapasztalatok értelmezése, rendszerezése, néhány területen az általánosítás lehetőségének felfedezése és megfogalmazása. A kezdeti, saját szavakkal történő megfogalmazásokat fokozatosan felváltja a matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések használata. Gyakorlati helyzetekben megjelenik a szakmai vita és az érvelés igénye. Bővül a szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása során alkalmazható modellek köre is.

A témák egy része nemcsak az aktuális terület megalapozását jelenti a megadott óraszámban, hanem megjelenik más fejezetekben is, az eszkörendszer folyamatos gyarapodását biztosítva. A szemléltetést és a megértést a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

Az alábbi táblázat az egyes témakörökre felhasználható óraszámokat tartalmazza. Ezek a tanmenet elkészítése során, ahol szakmailag indokolt, átcsoportosíthatók a hozzá tartozó anyagrészekkel együtt.

Témakör neve	5. évfolyam	6. évfolyam
Halmazok	folyamatos	folyamatos
Matematikai logika, kombinatorika	folyamatos	folyamatos
Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	8	8
Alapműveletek természetes számokkal	14	4
Egész számok; alapműveletek egész számokkal	12	8
Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	6	6
Alapműveletek közönséges törtekkel	14	10
Alapműveletek tizedes törtekkel	8	10
Arányosság, százalékszámítás	6	14
Egyszerű szöveges feladatok	8	10
A függvény fogalmának előkészítése	6	6
Sorozatok	4	4
Mérés és mértékegységek	10	6
Síkbeli alakzatok	8	12
Transzformációk, szerkesztések	8	14
Térgeometria	8	8
Leíró statisztika	4	4
Valószínűség-számítás	4	4
Év végi ismétlés	8	8
Összes óraszám:	136	136

5. ÉVFOLYAM

HALMAZOK

(folyamatos)

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.

FOGALMAK

halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak
- Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése
- Játék logikai készlettel

MATEMATIKAI LOGIKA, KOMBINATORIKA

(folyamatos)

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása
- Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása
- Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok
- Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal
- Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása

FOGALMAK

„igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bírósági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat
- „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább
- Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése

TERMÉSZETES SZÁMOK HALMAZA, SZÁMELMÉLETI ISMERETEK

Javasolt óraszám: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- Tudja a tanuló a számokat a tízes számrendszerben írni, olvasni milliós nagyságrendig. Tudja a számnevek helyesírását.
- Tudja a számszomszédokat megadni és a számokat kerekíteni.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;
- ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Számok helyi értékes írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül
- Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében
- Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M

FOGALMAK

helyi érték, alaki érték, valódi érték;

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, ... címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről
- Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép?
- Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték

ALAPMŰVELETEK TERMÉSZETES

Javasolt óraszám: 14 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- írásban összead, kivon és szoroz;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt.
- A hányadost megbecsüli.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Számkör-bővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása
- Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Írásbeli osztás algoritmusa kétjegyű természetes számmal
- Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén

- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- Zárójeleket tartalmazó művelet sorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

FOGALMAK

összeadandók, az összeg tagjai, kibebítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal
Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével
- „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét

EGÉSZ SZÁMOK; ALPMŰVELETEK EGÉSZ SZÁMOKKAL

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
- ismeri az egész számokat.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet
- Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alpműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkör-bővítés során
- Alpműveletek elvégzése az egész számok körében
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

FOGALMAK

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Vagyon helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen
- Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket
- Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha ... ?”
- Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságodat; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt
- Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
- Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel

KÖZÖNSÉGES TÖRTEK, TIZEDES TÖRTEK, RACIONÁLIS SZÁMOK

Javasolt óraszám: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása
- Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
- Számok ábrázolása számegyenesen

FOGALMAK

közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése
- Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel
- Adott törtrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecsisztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak)
- Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése
- A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása

ALAPMŰVELETEK KÖZÖNSÉGES TÖRTEKKEL

Javasolt óraszám: 14 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elvégzi az alpműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becsülésével;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján
- Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Kapott eredmény ellenőrzése

FOGALMAK

közös nevező

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Kör- és téglalapmodell, tényérmodell, színes rúd modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére
- „21-esés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t
- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása
- Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása

ALAPMŰVELETEK TIZEDES TÖRTEKKEL

Javasolt óraszám: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- írásban összead, kivon és szoroz;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

FOGALMAK

kerekítés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével
- „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz
- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása
- Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel

ARÁNYOSSÁG, SZÁZALÉKSZÁMÍTÁS

Javasolt óraszám: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben
- Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete
- Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján

FOGALMAK

hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén
- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel

EGYSZERŰ SZÖVEGES FELADATOK

Javasolt óraszám: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megoldását ellenőrzi.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A megoldás ellenőrzése
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

FOGALMAK

becslés, ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét

A FÜGGVÉNY FOGALMÁNAK ELŐKÉSZÍTÉSE

Javasolt óraszám: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol,
- megadott pont koordinátáit leolvassa.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése
- Tájékozódás térképen, nézőtérén, sakktáblán és a koordináta-rendszerben

FOGALMAK

megfeleltetés, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny
- „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk

SOROZATOK

Javasolt óraszám: 4 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- sorozatokat adott szabály alapján folytat;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból
- Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban

FOGALMAK

sorozat, számsorozat, szabály

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése
- Megkezdett ritmusgyakorlat megisméltése, tovább fűzése
Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása

MÉRÉS ÉS MÉRTÉKEGYSÉGEK

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, csoportosítja azokat.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés
- Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása

FOGALMAK

szög és mértékegységei (fok) szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szívószál-moddellel szögtartományok kijelölése
Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata
- Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés ösztérfogata, a teremben lévő levegő becsült térfogata...)
- „Üreges testek” űrtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása
- Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata...)
- Közeli játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése
- Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

SÍKBELI ALAKZATOK

Javasolt óraszám: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése
- Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása
- Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése
- Háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint
- Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása

FOGALMAK

síkidom, téglalap, négyzet;

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)
- Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása

- Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása
- Tangram játék

TRANSZFORMÁCIÓK, SZERKESZTÉSEK

Javasolt óraszám: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;
- a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben
- Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése

FOGALMAK

merőlegesség, párhuzamosság;

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Az osztályterem bútorainak mozgatása, tologatása, forgatása; saját eszközök mozgatása a padon
- Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása

TÉRGEOMETRIA

Javasolt óraszám: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése
- Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek közül gömb kiválasztása

FOGALMAK

test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása
- Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése

LEÍRÓ STATISZTIKA

Javasolt óraszám: 4 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás)
- A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén
- Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint
- Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása

FOGALMAK

adat, diagram, átlag

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS

Javasolt óraszám: 4 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek
- A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése

FOGALMAK

valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos” esemény; „lehetetlen” esemény

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérméssel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal
- 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít

ÉV VÉGI ISMÉTLÉS ÉS RENDSZEREZŐ ÖSSZEFOGLALÁS

Javasolt óraszám: 8 óra

KÖVETELMÉNYEK

Gondolkodási módszerek

- Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban.
- Egyenlő; kisebb; nagyobb; több; kevesebb; legalább; legfeljebb; nem; és; vagy; minden, van olyan helyes használata.

Számтан, algebra

- Természetes számok írása, olvasása, számegyenesen ábrázolása, összehasonlítása.
- A tízes számrendszer biztos ismerete.
- Összeadás, kivonás, szorzás, kétjegyűvel való osztás a természetes számok körében.
- Törtek, tizedes törtek fogalma, ábrázolása, összehasonlítása.
- Legfeljebb egyjegyű nevezőjű törtek, legfeljebb ezredek tartalmazó tizedes törtek összeadása, kivonása, természetes számmal szorzása.
- Negatív számok értelmezése.
- Összeadás, kivonás a negatív számok körében.
- Helyes műveleti sorrend ismerete a négy alapművelet esetén.
- Egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Tájékozódás síkban, térben.
- Helymeghatározás gyakorlati helyzetekben.
- Konkrét pontok ábrázolása derékszögű koordinátarendszerben.
- Pontok koordinátáinak leolvasása.
- Grafikonok értelmezése, összetartozó adatok ábrázolása.
- Sorozatok képzési szabályának követése, felismerése.

Geometria, mérés

- Geometriai alapfogalmak szemléletes ismerete (párhuzamosság, merőlegesség, távolság).
- Adott tulajdonságú ponthalmazok rajzolása.
- Szögek fajtáinak felismerése, szög mérése.
- Négyzet, téglalap tulajdonságainak ismerete, kerület, terület számítása.
- Testek tulajdonságainak megfigyelése (lapok, élek, csúcsok, hálók).
- Kocka, téglatest hálója, felszíne, térfogata.
- Mérés különböző egységekkel.
- Hosszúság, terület, térfogat, idő, tömeg mértékegységeinek ismerete, átváltásuk.

Valószínűség, statisztika, mérés

- Konkrét feladatok kapcsán a biztos és a lehetetlen esemény felismerése.
- Mérési adatok lejegyzése, becslése, ábrázolása.
- Két szám számtani közepének meghatározása.

ÉRTÉKELÉSI JAVASLATOK

KÖVETELMÉNYEK

- Differenciált feladatmegoldás szóban, írásban.
- Fejszámolás.
- Mérés tapasztalati egységekkel, adatok lejegyzése, ábrázolása.
- Testek építése, modellek készítése, testek ábrázolása.

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Az önálló ellenőrzésre nevelés feladatául a házi feladatok ellenőrzése és javítása folyamatosan történik az egész tanév során.
- Fontos a szóbeli feleltetések előtérbe helyezése minden résztémakörnél, ugyanis a cél az anyanyelv és a szaknyelv pontos használata.
- A szóbeli feleleteket nem kell minden esetben érdemjeggyel értékelnünk, lehet szóbeli értékelés is.
- Minden témakört diagnosztikus méréssel zárunk.
- A tanév során 4 minősítő témazáró dolgozatot íratunk.

6. ÉVFOLYAM

HALMAZOK *(folyamatos)*

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számhalmazok szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése ábráról
- Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.

FOGALMAK

halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra
- Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása

MATEMATIKAI LOGIKA, KOMBINATORIKA *(folyamatos)*

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása
- Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása
- Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok

- Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal
- Az összes eset előállításánál rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

FOGALMAK

„igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis
- Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére
- „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább
- „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása
- Adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában

TERMÉSZETES SZÁMOK HALMAZA, SZÁMELMÉLETI ISMERETEK

Javasolt óraszám: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait;
- a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Osztók, többszörösök meghatározása; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása
- 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása
- A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint

FOGALMAK

osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobbantanak
- Oszthatósági tulajdonságok megfigyelése 3, 4, 5, ... oldalú hasábra felcsavart számegegyenes segítségével
- „Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább

ALAPMŰVELETEK TERMÉSZETES SZÁMOKKAL

Javasolt óraszám: 4 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt.
- A hányadost megbecsüli.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Számkör-bővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása
- Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Írásbeli osztás algoritmusa kétjegyű természetes számmal
- Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- Zárójeleket tartalmazó művelet sorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

FOGALMAK

osztandó, osztó, hányados, maradék;

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása
Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej befér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét

EGÉSZ SZÁMOK; ALAPMŰVELETEK EGÉSZ SZÁMOKKAL

Javasolt óraszám: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
- ismeri az egész számokat.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkör-bővítés során
- Alapműveletek elvégzése az egész számok körében
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

FOGALMAK

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (-10)-tól (+10)-ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét
- Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságot; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása
- Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel

KÖZÖNSÉGES TÖRTEK, TIZEDES TÖRTEK, RACIONÁLIS SZÁMOK

Javasolt óraszám: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;
- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
- megfelelteti egymásnak a racionális számok közönséges tört és tizedes tört alakját.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése
- Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén
- Számok ábrázolása számegyenesen

FOGALMAK

tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyenlő és különböző törtek előállítása, összehasonlítása: játék az akaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtrészek különböző alakjaival
- A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent)
- Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

ALAPMŰVELETEK KÖZÖNSÉGES TÖRTEKKEL

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elvégzi az alpműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- meghatározza konkrét számok reciprokát.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- Kapott eredmény ellenőrzése

FOGALMAK

reciprok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása

- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
- Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

ALAPMŰVELETEK TIZEDES TÖRTEKKEL

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

FOGALMAK

kerekítés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
- Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel

ARÁNYOSSÁG, SZÁZALÉKSZÁMÍTÁS

Javasolt óraszám: 14 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját;
- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben
- Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában
- Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján
- Törtrész-kiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával
- Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben

FOGALMAK

arány, egyenes arányosság, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén
- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel
- Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén
- Törtrész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a $\frac{2}{3}$ rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az $\frac{1}{3}$ rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás
- Fogyasztási cikkek címkéin, reklámokban, társadalomismereti és természetismereti tanulmányokban előforduló százalékos adatok értelmezése

EGYSZERŰ SZÖVEGES FELADATOK

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold;
- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megoldását ellenőrzi.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A megoldás ellenőrzése
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

FOGALMAK

becslés, ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét
- Tötrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a tötrészek szemléltetése szakaszokkal

A FÜGGVÉNY FOGALMÁNAK ELŐKÉSZÍTÉSE

Javasolt óraszám: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol,
- megadott pont koordinátáit leolvassa.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése
- Tájékozódás térképen, nézőtérben, sakktáblán és a koordináta-rendszerben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése

FOGALMAK

megfeleltetés, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
- A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése
- „Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása

SOROZATOK

Javasolt óraszám: 4 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- sorozatokat adott szabály alapján folytat;
- néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból
- Sorozatok adott szabály szerinti folytatása
- Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása

FOGALMAK

sorozat, számsorozat, szabály

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Megkezdett ritmusgyakorlat megisméltése, tovább fűzése
Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása
- „Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra
- A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

MÉRÉS ÉS MÉRTÉKEGYSÉGEK

Javasolt óraszám: 4 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés
- Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása
- Sokszögek területének meghatározása átdarabolással
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása

FOGALMAK

szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szívószál-moddellal szögtartományok kijelölése
Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata
- Kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedése alapján
- Közeli játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése
- Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása
- Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása

SÍKBELI ALAKZATOK

Javasolt óraszám: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;
- ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése
- Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása
- Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése
- Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség
- Tengelyesen szimmetrikus háromszögek ismerete
- Háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint
- Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása

FOGALMAK

síkidom, sokszög, belső szög, külső szög; hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, egyenlő szárú és szabályos háromszög; téglalap, négyzet

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Papír háromszög sarkainak levágása és egymás mellé helyezése
Szívószálból, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek)
- Papír háromszögek hajtogatásával vagy síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése
- Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása

TRANSZFORMÁCIÓK, SZERKESZTÉSEK

Javasolt óraszám: 14 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;
- a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
- ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőleget, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöveget másol.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben
- Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Tengelyes tükrözés ismerete és alkalmazása
- Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok tengelyes tükörképének megszerkesztése
- Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése

FOGALMAK

szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása
- Szimmetrikus alkotások előállítására például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása
- Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)

TÉRGEOMETRIA

Javasolt óraszám: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése
- Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek közül gömb kiválasztása
- Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése

FOGALMAK

test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása
- Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
- Zsinóros térgeometriai modellek használata

LEÍRÓ STATISZTIKA

Javasolt óraszám: 4 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás)
- A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán
- A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén
- Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdiagram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén
- Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint
- Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása

FOGALMAK

adat, diagram, átlag

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)

VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS

Javasolt óraszám: 4 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek
- Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése
- A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése

FOGALMAK

valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos ” esemény; „lehetetlen” esemény

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád
- Tippelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével
- Bökös játék csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai
- „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.

ÉV VÉGI ISMÉTLÉS, RENDSZEREZŐ ÖSSZEFOGLALÁS

Javasolt óraszám: 4 óra

KÖVETELMÉNYEK

Gondolkodási módszerek

- Matematikai modellek felismerése.
- Gondolatmenet megtervezése, a terv követése.
- Fordított irányú okoskodás.
- Ellenőrzés.

Számtan, algebra

- Racionális számok halmaza.
- Racionális számok abszolút értéke.
- Szorzás, osztás törtekkel, tizedes törtekkel.
- Műveletek negatív számokkal.
- Becslések racionális számok körében.
- Osztó, többszörös fogalma.
- Oszthatósági szabályok (2, 5, 10, 4, 3, 9).
- Legkisebb közös többszörös, legnagyobb közös osztó számolása definíció alapján.
- Számok felbontása prímtényezőkre.
- Egyenes és fordított arányosság felismerése, ábrázolása, számolási feladatok.
- Százalék fogalma.
- Százalékszámítás arányos következtetéssel.
- Egyszerű, elsőfokú egyenletre vezető szöveges feladatok megoldása következtetéssel (fordított irányú okoskodással, ábra rajzolással, mérleg-elvvel).

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Változó helyzetek, időben lejátszódó történések megfigyelése, szavakban való megismétlése.
- A változás kiemelésének tudása.
- Együttváltozó adatok lejegyzése, ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben

Geometria, mérés

- Tengelyes szimmetria tulajdonságainak ismerete.
- Alapszerkesztések (másolás, merőleges, párhuzamos, szakaszfelező merőleges).
- Vázlatkészítés.
- Szerkesztés lépéseinek lejegyzése.
- Tengelyes tükrözés.
- Sokszögek kerülete.
- Téglalaprak felületének, térfogatának számítása.

Valószínűség, statisztika

- Biztos, lehetetlen esemény felismerése.
- Adatok lejegyzése, ábrázolása oszlopdiagramon, kördiagramon.
- Néhány szám számantani közepének (átlagának) kiszámítása.

ÉRTÉKELÉSI JAVASLATOK

KÖVETELMÉNYEK

- Differenciált feladatmegoldás szóban, írásban.
- Probléma megoldásának lépéseinek lejegyzése, tudatosítása, indoklása.
- Szerkesztési feladatok tervezése, lejegyzése, végrehajtása.
- Pozitív eredmény értékelése becslési, valószínűségi esélyekkel kapcsolatos feladatoknál.
- Mindennapi életből vett jelenségeknél együttváltozó mennyiségek felismerése, lejegyzése, ábrázolása csoportmunkában projektek készítése.
- Szimmetriák felismerése a természetben, művészetekben – projektek készítése.

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Az önálló ellenőrzésre nevelés feladatául a házi feladatok ellenőrzése és javítása folyamatosan történik az egész tanév során.
- Fontos a szóbeli feleltetések előtérbe helyezése minden résztémakörnél, ugyanis a cél az anyanyelv és a szaknyelv pontos használata.
- A szóbeli feleleteket nem kell minden esetben érdemjeggyel értékelnünk, lehet szóbeli értékelés is.
- Minden témakört diagnosztikus méréssel zárunk.
- Május végén kompetencia felmérés

7 – 8. ÉVFOLYAM

Éves óraszám: 102 – 102 óra

A 7.-8. évfolyamon nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

Továbbra is tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: **Halmazok, számhalmazok; Matematikai logika, kombinatorika, gráfok; Számelméleti ismeretek, hatvány; Arányosság, százalékszámítás; Szöveges feladatok előkészítése; Szöveges feladatok; A függvény fogalmának előkészítése; Síkbeli alakzatok; Transzformációk, szerkesztések; Térgeometria; Leíró statisztika; Valószínűség-számítás.** Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	7.évfolyam	8.évfolyam
Halmazok, számhalmazok	6	4
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	6	12
Számelméleti ismeretek, hatványozás, négyzetgyök	12	6
Arányosság, százalékszámítás	10	12
Szöveges feladatok előkészítése	6	10
Szöveges feladatok	12	12
A függvény fogalmának előkészítése	6	6
Síkbeli alakzatok	10	10
Transzformációk, szerkesztések	10	10
Térgeometria	12	8
Leíró statisztika	6	6
Valószínűség-számítás	6	6
Összes óraszám:	102	102

7.OSZTÁLY

HALMAZOK, SZÁMHALMAZOK

Javasolt óraszám: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- ismeri a racionális számokat.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre

FOGALMAK

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése
Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítás
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaza $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaza $C = \{\text{deltoidok}\}$
- Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók
Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
- A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése

MATEMATIKAI LOGIKA, KOMBINATORIKA

Javasolt óraszám: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

FOGALMAK

„minden”, „van olyan”

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bírósági tárgyalás” játék
- „Einstein-fejtörő” típusú játék
- „Rontó” játék
- NIM játék; táblás játékok
- Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
- Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
- Fagylalt vásárlása helyre
- Számkártyás feladatok megoldása

SZÁMELMÉLETI ISMERETEK, HATVÁNYOZÁS

Javasolt óraszám: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása

FOGALMAK

prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére
- Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása
- „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezővel
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására

ARÁNYOSSÁG, SZÁZALÉKSZÁMÍTÁS

Javasolt óraszám: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
- A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

FOGALMAK

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
- A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
- Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
- Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
- Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Projektmunka, például összejövétel, jótékonsági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel
Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
- Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal

SZÖVEGES FELADATOK ELŐKÉSZÍTÉSE

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;

- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
- Helyettesítési érték számolása
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel

FOGALMAK

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; egyenlet, lebontogatás, mérlegelv

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó művelet sor megalkotása
- Adott, ismeretlent tartalmazó művelet sorhoz szöveges feladat írása
- „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása
- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló művelet sorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejből alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása
- Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával

SZÖVEGES FELADATOK

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

FOGALMAK

ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával

- Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel;
A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány;
Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások

A FÜGGVÉNY FOGALMÁNAK ELŐKÉSZÍTÉSE

Javasolt óraszám: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- egyszerű grafikonokat jellemez.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

FOGALMAK

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társal
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
- Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása
- függvények grafikonja geogebra segítségével

SÍKBELI ALAKZATOK

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;

- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Háromszögek külső szögeinek összege
- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

FOGALMAK

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapról négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása
- Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
- Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- „Rontó” játék speciális négyszögekkel
- Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
- Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
- „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

TRANSZFORMÁCIÓK, SZERKESZTÉSEK

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Dinamikus geometriai szoftver használata

FOGALMAK

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180° -kal; tulajdonságok megfigyelése

- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása
- Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
- Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése
- Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel
- geogebra-szerkesztések IKT használata

TÉRGEOMETRIA

Javasolt óraszám: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kocka, a téglatest és a hasáb hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb alakú testek felfedezése
- Hasáb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testek hálójának készítése
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

FOGALMAK

hasáb, alaplapp, alapél, oldallapp, oldalél, testmagasság

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Hasáb alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
- Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata
- Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

LEÍRÓ STATISZTIKA

Javasolt óraszám: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- értelmezi a táblázatok adatait,
- adatokat táblázatba rendez
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
- Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
- Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
- Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
- Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

FOGALMAK

oszlopdiaagram, kördiaagram, vonaldiaagram, pontdiaagram

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok elemzése csoportmunkában
- Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS

Javasolt óraszám: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
- A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

FOGALMAK

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérméssel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok
- Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára
- Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja
- Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
- 21-esés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről

ÉRTÉKELÉSI JAVASLATOK

- A 7. évfolyamon fokozódnak az önálló feladat-megoldási készség fejlesztésére tett törekvéseink, ennek érdekében az önálló munkát önellenőrzés, önértékelés követi.
- A résztémakörökből diagnosztizáló méréseket és szóbeli feleleteket tervezünk, annak érdekében, hogy a tanulók szabatosan tudják megfogalmazni gondolataikat.
- Négy minősítő dolgot tervezünk.
- A négy dolgozatba integráljuk a Gondolkodási módszerek, halmazok, az Összefüggések, függvények, sorozatok és a Kombinatorika, valószínűség, statisztika témakörök minimum szintjén megfogalmazott követelményeket is.

8. ÉVFOLYAM

HALMAZOK, SZÁMHALMAZOK

Javasolt óraszám: 4 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
- Természetes számok, egész számok, racionális, irracionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre

FOGALMAK

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése
Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaza $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaza $C = \{\text{deltoidok}\}$
- Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók
Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
- A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Ponthalmazok
- Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből
- Csoportmunkában különböző közösleges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése
Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törtek különböző alakjainak keresése

MATEMATIKAI LOGIKA, KOMBINATORIKA, GRÁFOK

Javasolt óraszám: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

FOGALMAK

„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bírósági tárgyalás” játék
- „Einstein-fejtörő” típusú játék
- „Rontó” játék
- NIM játék; táblás játékok
- Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
- Lehetséges útvonalak összeszámlálása
- Fagyalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe
- Számkártyás feladatok megoldása
- Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére
- Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal

SZÁMELMÉLETI ISMERETEK, HATVÁNY, NÉGYZETGYÖK

Javasolt óraszám: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;

- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
- számok négyzetgyökét meghatározza.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
- Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása

FOGALMAK

prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, számok négyzetgyöke

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
- Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel
- Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása

ARÁNYOSSÁG, SZÁZALÉKSZÁMÍTÁS

Javasolt óraszám: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
- Banki ajánlatok (ügyfélcsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
- Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása
- A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

FOGALMAK

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei, kamat

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Pénzügyi adatok gyűjtése, kiszámítása

- Projektmunka, például összejövétel, jótékonyági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése
- Terület, térfogat, őr tartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel
Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után

SZÖVEGES FELADATOK ELŐKÉSZÍTÉSE

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel, kéttagú kifejezéseket összeszoroz
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvével megold.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
- Helyettesítési érték számolása
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
- Két tagból közös számtényező kiemelése
- Kéttagú kifejezések szorzása
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvével

FOGALMAK

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adott problémához többféle, ismeretlen tartalmú művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó művelet sor megalkotása
- Adott, ismeretlen tartalmú művelet sorhoz szöveges feladat írása
- „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása
- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló művelet sorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejtben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása

SZÖVEGES FELADATOK

Javasolt óraszám: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
- Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

FOGALMAK

ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával
- Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel;
A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány;
Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla-, bankkártya-választás, megtakarítások

A FÜGGVÉNY FOGALMÁNAK ELŐKÉSZÍTÉSE

Javasolt óraszám: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- egyszerű grafikonokat jellemez.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben

- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

FOGALMAK

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
- Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

SÍKBELI ALAKZATOK

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

FOGALMAK

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapról négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása
- Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
- Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- „Rontó” játék speciális négyszögekkel
- Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása

- Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
- Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
- Derékszög kijelölése csomós kötéllel
- Pitagoraszi számhármások keresése
- Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren
- „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

TRANSZFORMÁCIÓK, SZERKESZTÉSEK

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.
- geogebra használata

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió
- Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben
- Dinamikus geometriai szoftver használata

FOGALMAK

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
- Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése
- Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító
- Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

TÉRGEOMETRIA

Javasolt óraszám: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;

- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát mérésrel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése
- Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testek hálójának készítése
- A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai
- A gömb mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása mérésrel és számolással

FOGALMAK

hasáb, gúla, gömb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
- A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján
- Földgömb bemutatása matematikai szempontból
Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson
- Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

LEÍRÓ STATISZTIKA

Javasolt óraszám: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon

- Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
- Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
- Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
- Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
- Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS

Javasolt óraszám: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
- A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

FOGALMAK

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérméssel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról lehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok
- Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljük az események gyakoriságára

- Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja
- Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
- 21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít.
- „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről

A FEJLESZTÉS VÁRT EREDMÉNYEI A 8. ÉVFOLYAM VÉGÉN

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok (természetes, egész, racionális) ismerete.
- A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során. Egyszerű állítások igazságtartalmának eldöntése, állítások tagadása.
- Egyszerű sorbarendezési, leszámllási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének elmondása, leírása.

Számelmélet, algebra

- Az egész számok és a racionális számok fogalmának ismerete, alpműveletek helyes sorrendű elvégzése.
- Műveletek egész kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak használata feladatmegoldásban. Számolás normálalakokkal. Az egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban. A mindennapjainkhoz kapcsolódó százalékszámítási feladatok megoldása.
- Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata. Algebrai egész kifejezések összevonása, szorzása.
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok értelmezése, összefüggések lefordítása a matematika nyelvére.
- Számológép használata.

Függvények, az analízis elemei

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete, grafikonról való leolvasása.
- A lineáris függvény, az abszolútérték-függvény, a másodfokú függvény, a fordított arányosság függvényének ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egylépéses függvénytranszformációk végrehajtása (eltolás, tükrözés az x tengelyre.). Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata. A számtani sorozat felismerése.

Geometria

- Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete.
- Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek meghatározása, megszerkesztése. Háromszögszerkesztések lépéseinek leírása, a szerkesztések elvégzése.
- Egybevágósági transzformációk és középpontos hasonlóság felismerése, tulajdonságainak ismerete. Egybevágó és hasonló alakzatok felismerése.
- A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete. Speciális négyszögek nevezetes vonalainak ismerete.
- A Pitagorasz-tétel és Thalész-tétel egyszerű alkalmazásai. A vektor fogalmának ismerete.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, meghatározása méréssel, számolással. Mértékegységek ismerete, átváltása.
- Háromszög és négyszög alapú egyenes hasábok, valamint a forgáshenger felismerése, jellemzése, felszínének és térfogatának számítása. Mértékegységek ismerete, átváltása. A forgáskúp, a gömb felismerése. Térsemlélet fejlődése.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.
- A véletlen jelenségek tudatos megfigyelése, tapasztalatok levonása, ezek alapján a valószínűségi szemlélet fejlődése.

ÉRTÉKELÉSI JAVASLATOK

- A résztémakörök feldolgozásánál előtérbe kerül az önálló munkára nevelés, az önértékelés.
- Diagnosztizáló méréseket résztémakörönként tervezünk.
- Nagyobb gyakoriságot kapnak a szóbeli feleletek.
- Négy minősítő témazáró dolgozatot tervezünk.
- A 8. osztály végén (legkésőbb április 15-ig) diagnosztikus felmérést végzünk a négy év matematika anyagából, melynek érdemjegye is beszámít az év végi osztályzatba.
- 8. évfolyam végén kompetencia mérést végzünk.

9 – 12. ÉVFOLYAM

ALAPELVEK, CÉLOK

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az 1–4. és 5–8. évfolyamos képzés nevelési-oktatási szakaszait jellemző tanuláshoz és tanításhoz képest a **9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege**. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége.

A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni.

A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alkalmazásának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

FEJLESZTÉSI KÖVETELMÉNYEK

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétel, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A

matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszer.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanuláson keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőképeség, másokkal való együttműködés készsége).

A négy év során tudatosan kell fejleszteni a tanulók lényegkiemelő képességét, analízáló és diszkussziós készségét, átfogó, nagyobb összefüggések felfedezésére is képes gondolkodását. Erre irányul a matematikaoktatásban a sokféle logikai feladat, a felfedeztető tanítás, az ismétlés, a rendszerezés, a szövegelemzés, a megoldások vizsgálata, a matematikai tartalmú játékok, és a tanár egyéniségétől, igényeitől függő, változatos módszertani megoldás.

Kiemelt cél a **kompetencia alapú fejlesztés**, melynek módszerei például **a csoport-, illetve a projektmunkák**. A közösen, csoportban (vagy párban) végzett munka során ki kell alakítani a tanulók közötti együttműködést, a helyes munkamegosztást, az egyéni és a közösségi felelősségvállalást valamint az egyéni és a csoportteljesítmény reális értékelésére való képességet. A közös eredmény érdekében előtérbe kerül egymás tiszteletben tartása, a szolidaritás, a tolerancia, a segítőkészség. Ebben a szocializációs folyamatban fejleszthetők a tanulók egyéni képességei, könnyebben kialakul az intenzív érdeklődés és a kíváncsiság, ami elősegíti a hatékony tanulást.

9 – 10. ÉVFOLYAM

Éves óraszám: 102 – 102 óra

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során.

Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak.

Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei.

Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet.

Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	9. évfolyam	10. évfolyam
Halmazok	10	
Matematikai logika		10
Kombinatorika, gráfok		12
Számhalmazok, műveletek	8	
Hatvány, gyök	4	10
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	10	
Arányosság, százalékszámítás	8	
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	18	
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	4	12
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	6	10
Geometriai alapismeretek	8	
Háromszögek	16	
Négyszögek, sokszögek	10	
A kör és részei		10
Transzformációk, szerkesztések		20
Leíró statisztika		10
Valószínűség-számítás		8
Összes óraszám:	102	102

NYELVI ELŐKÉSZÍTŐ ÉVFOLYAM

Heti óraszám: 1

Éves óraszám: 34

A nyelvi előkészítő évfolyam matematika óráinak célja az általános iskolai anyag ismétlése, a gimnázium tananyag megalapozása, a diákok közel egy szintre hozása. Ezen túlmenően alapvető cél bizonyos témakörök kompetenciaalapú feldolgozása, a gyerekek matematikai kompetenciáinak fejlesztése.

ISMÉTLŐ TÉMAKÖRÖK	TÉMAKÖR FELDOLGOZÁSÁRA JAVASOLT ÓRASZÁM
I. Valós számkör felépítése; számolás	folyamatos
II. Hatványozás	folyamatos
III. Algebrai kifejezések	folyamatos
IV. Egyenletek, egyenlőtlenségek	folyamatos

KOMPETENCIA FEJLESZTŐ TÉMAKÖRÖK	TÉMAKÖR FELDOLGOZÁSÁRA JAVASOLT ÓRASZÁM
I. Százalékszámítás	9
II. Térgeometria	8
III. Algebra	8
IV. Statisztika	9

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>ISMÉTLŐ TÉMAKÖRÖK</p>		<p>Órakeret folyamatosan</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása , megoldása, ellenőrzése.</p>		
<p>A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai</p>	<p>Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, a tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Számológép használata.</p>		
<p>Ismeretek</p>	<p>Fejlesztési követelmények</p>	<p>Kapcsolódási pontok</p>	
<p>A valós számkör felépítése, annak, részhalmazainak ismerete a közöttük levő kapcsolatok. (pozitív egészek, természetes számok, egész számok, racionális számok, irracionális számok) A számírás története.</p>	<p>A megismert számhalmazok áttekintése. Halmazábra készítése és adott számok elhelyezése.</p>	<p>Matematika: Venn diagram</p>	
<p>Számelmélet alapfogalmi. Oszthatósági szabályok. Prímszámok és összetett számok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös</p>	<p>A tanult oszthatósági szabályok alkalmazása. c A legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározásának ismerete.</p>	<p>Matematikatörténet: Euklidész, Mersenne, Euler, Fermat; néhány számelméleti fogalom</p>	

<p>többszörös.</p> <p>Relatív prímek. Közös nevezőre hozás.</p>	<p>Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása.</p> <p>Érvelés.</p>	<p>fejlődésének története (pl. tökéletes szám, ikerprím, prímek száma).</p> <p>Informatika: Kettes számrendszer Neumann János</p>
<p>Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.</p> <p>A hatványozás azonosságai.</p> <p>Számok normálalakja.</p>	<p>Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.</p> <p>Induktív gondolkodás fejlesztése.</p> <p>Bizonyítási igény felkeltése.</p>	<p>Természettudomány és a társadalomtudomány: nagy és kis mennyiségekkel történő</p>

	<p>Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével.</p> <p>Nagyságrendek becslése.</p>	számolás
<p>Algebrai kifejezések, elnevezések.</p> <p>Műveletek algebrai kifejezésekkel.</p> <p>Kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata. Egyszerű feladatok polinomok közötti műveletekre.</p>	<p>Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása</p> <p>Azonosság fogalma, tudatos alkalmazása. Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.</p>	<p>Fizika; kémia; biológia-egészségtan: számítási feladatok,</p> <p>képletek értelmezése.</p>
<p>Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Egyenletek, egyenlőtlenségek alaphalmaz.</p> <p>Egyenletek ekvivalens átalakítása, nem ekvivalens átalakításnál ellenőrzés.</p> <p>Az egyenletek megoldási módszerei.</p>	<p>Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból.</p> <p>Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv).</p> <p>Számológép használata.</p> <p>Az értelmes kerekítés megtalálása.</p> <p>Az abszolútérték definíciójának alkalmazása.</p>	<p>Fizika: mozgásos feladatok</p> <p>Kémia: keverékes feladatok</p> <p>Mindennapi élet: munkavégzés, százalékszámítás.</p> <p>Számelmélet: helyi és alaki érték</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Hatvány. Normálalak.</p> <p>Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.</p>	

<p>Tematikai egység</p>	<p>KOMPETENCIA FEJLESZTŐ TÉMAKÖRÖK: SZÁZALÉKSZÁMÍTÁS</p>	<p>Órakeret 9 óra</p>
---	---	---------------------------------------

<p>A képességfejlesztés fókuszai</p>	<p>Mennyiségi következtetés: Az egyenes, a fordított és egyéb arányossági következtetési szemlélet fejlesztése a valós számkörben.</p> <p>Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet: Az arányossági feladatok eredményének becslése. A becsült eredmények valószínű, valószínűtlen voltának eldöntése (szemléletfejlesztés). Mennyiségek mérése, azonos mértékrendszer használata, összetett mennyiségek ismerete. A mennyiségfogalom kifejlesztése.</p> <p>Szöveges feladatok, metakogníció: A szövegértés tudatos fejlesztése, hétköznapi szöveg „lefordítása” a matematika nyelvére, a valóság-beli problémák matematikai értelmezése (a metakogníció fejlesztése).</p> <p>Rendszerezés, kombinatív gondolkodás: A szükséges adatok kikeresése, a fölösleges adatok mellőzése, a lényegkiemelő képesség fejlesztése. A korábbi matematikai ismeretek beépítése, a lehetséges alkalmazások megkeresése, a tanult új ismeret beillesztése, a rendszerező szemlélet alakítása</p> <p>Szöveges feladatok megoldása előtt a várható eredmények közös becslése, a megoldott egyenletek eredményének ellenőrzése, értelmezése, szöveges válasz a felvetett szöveges problémára. Egyéni, valamint csoportos munkában arányosságok felfedezése sík és térbeli alakzatok tulajdonságai között, képletek, összefüggések elemzése.</p>
---	---

Tematikai egység	KOMPETENCIA FEJLESZTŐ TÉMAKÖRÖK: TÉRGEOMETRIA	Órakeret 8 óra
-----------------------------	--	---------------------------

A képességfejlesztés fókuszai	<p>Számolás, számítás, számlálás: A zsebszámológép biztos használata. A műveleti sorrend biztos alkalmazása, különösen a térgeometria összetettebb képleteinél.</p> <p>Mennyiségi következtetés: Testek ismert adataiból a hiányzó adatok kiszámítása. Nagyon fontos a jó vázlat elkészítése, melyen az ismert adatokat célszerű színessel kiemelni. A valóság tárgyainak geometriai modellezéséhez szükséges képességek fejlesztése.</p> <p>Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet: Valóságból vett feladatok matematikai átfogalmazása, azok megoldása, és az eredmények konvertálása a valós problémába. A feladatok várható eredményének becslése, különösen a szóveges feladatok esetén.</p> <p>Szóveges feladatok, metakogníció: Szövegértelmezés továbbfejlesztése, a lényegkiemelő képesség fejlesztése. Csoportmunkában a társak jó gondolatainak megismerése, elfogadása, helytelen következtetések cáfolata. A geometriai feladok algebrai megoldása során keletkező hamis gyökök kiválasztásának képessége.</p> <p>Rendszerezés, kombinatív gondolkodás: Az eddig tanult síkidomok kerületének és területének rendszerező áttekintése. Ugyanazon síkidom területének többféle képlete közötti kapcsolat felfedeztetése. A geometriai feladatok megoldási tervének elkészítési képessége. Az adatok rendszerezése, egy feladaton belül a szükséges egység kiválasztása, és arra való átszámítás. Geometriai fogalmak segítségével az absztrakciós képesség fejlesztése.</p> <p>Induktív, deduktív következtetés: Összefüggések, képletek felfedezése gyakorlati tapasztalatból kiindulva, azok általánosítása és alkalmazása más esetekben.</p>
--------------------------------------	---

Tematikai egység	KOMPETENCIA FEJLESZTŐ TÉMAKÖRÖK: ALGEBRA	Órakeret 8 óra
--------------------------------	---	------------------------------

A képességfejlesztés fókuszai	<p>Számolás, számlálás, számítás: Konkrét számolási feladatok a valós számkörben, a számfogalom elmélyítése egy szám többféle felírása.</p> <p>Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet: Mennyiségek mérése, azonos mértékrendszer használata, összetett mennyiségek ismerete. A mennyiségfogalom kifejtése. Szöveges feladatok megoldása előtt a várható eredmények becslése.</p> <p>Szöveges feladatok, metakogníció: Hétköznapi szöveg „lefordítása” a matematika nyelvére.</p> <p>Rendszerezés, kombinatív gondolkodás: A szükséges adatok kikeresése, a fölösleges adatok mellőzése, a lényegkiemelő képesség fejlesztése. A korábbi matematikai ismeretek beépítése, a lehetséges alkalmazások megkeresése, a tanult új ismeret beillesztése, a rendszerező szemlélet alakítása</p> <p>Induktív, deduktív következtetés: Konkrét számoktól az általános eset megfogalmazásáig. (induktív gondolkodásmód fejlesztése) Azonosságok alkalmazása konkrét esetekben (deduktív gondolkodás fejlesztése)</p>
--------------------------------------	--

<p style="text-align: center;">Tematikai egység</p>	<p>KOMPETENCIA FEJLESZTŐ TÉMAKÖRÖK: STATISZTIKA</p>	<p style="text-align: center;">Órakeret</p> <p style="text-align: center;">9 óra</p>
--	--	--

<p>A képességfejlesztés fókuszai</p>	<p>Számolás, számítás: Esetek leszámplálása, relatív gyakoriság kiszámítása, középértékek.</p> <p>Mérés, becslés, mennyiségi következtetés: Leíró statisztika, felmérések elvégzése, a várható eredmény becslése.</p> <p>Szövegértés, metakogníció: Tömegjelenségek, mindennapi szituációk értelmezése, amelyeknél a véletlennek vagy bizonytalanságnak szerepe van. A mérések céljának és a kapott eredményeknek a megértése.</p> <p>Rendszerezés, kombinatív gondolkodás: Csoportba foglalások, alkalmas szempontok kiválasztása.</p> <p>Induktív és deduktív következtetés: Következtetések statisztikai mérések alapján</p>
---	---

9. ÉVFOLYAM

HALMAZOK

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
- halmazokat különböző módokon megad;
- halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben
- Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával
- Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése
- Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése
- Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével
- Szemléletes kép végtelen halmazokról
- A megismert számhalmazok (természetes számok, egész számok, racionális számok, valós számok), ponthalmazok áttekintése, véges és végtelen, halmazok;
- Az intervallum fogalma (nyitott, zárt).
- Tájékozódás a számegyenesen.

FOGALMAK

alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása
- Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása
- A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján
- Barkochba játék
- A „végtelen szálloda” mint modell
- Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával

SZÁMHALMAZOK, MŰVELETEK

Javasolt óraszám: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;
- racionális számokat tizedes tört és közös nevezőes tört alakban is felír;
- ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;
- ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprok fogalmát;
- a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;
- valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
- Tizedes törtek átírása közös nevezőes tört alakba és viszont
- Irracionális számok szemléltetése
- Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen
- Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokának meghatározása
- Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
- Valós számok adott jegyre kerekítése
- Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

FOGALMAK

racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
- Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel
- Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával

- Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről
- A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása
- Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata

HATVÁNY, GYÖK

Javasolt óraszám: 4 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait;
- ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
- Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
- A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
- A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
- Számok normálalakja
- Számolás normálalak segítségével
- A négyzetgyök definíciója

FOGALMAK

hatványalap, hatványkitevő, normálalak, négyzetgyök

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

BETŰS KIFEJEZÉSEK ALKALMAZÁSA EGYENLETMEGOLDÁS, FÜGGVÉNYÁBRÁZOLÁS SORÁN

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
- ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;
- átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
- Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
- Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$ és az $(a + b)(a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
- Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával

FOGALMAK

összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvészlükkök algebrai magyarázata
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése
- A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
- Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, $99 \cdot 101$ típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

ARÁNYOSSÁG, SZÁZALÉKSZÁMÍTÁS

Javasolt óraszám: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
- Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)
- Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből

- Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

FOGALMAK

egyes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével
- Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével

ELSŐFOKÚ EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK, EGYENLETRENDSZEREK

Javasolt óraszám: 18 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a következő egyenlet-megoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása

- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvével és grafikusán
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusán
- Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

FOGALMAK

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
- Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
- Nyílt végű problémák megoldása
- Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

MÁSODFOKÚ EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK

Javasolt óraszám: 4 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket;
- ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása

FOGALMAK

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényező alak, ekvivalens átalakítás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során

A FÜGGVÉNY FOGALMA, FÜGGVÉNYTULAJDONSÁGOK

Javasolt óraszám: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
- Lineáris függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
- Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
- Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során

FOGALMAK

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
- Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
- A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)

- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

GEOMETRIAI ALAPISMERETEK

Javasolt óraszám: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
- ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
- Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
- Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek
- A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
- Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
- Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása

FOGALMAK

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése
- Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése
- Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése

HÁROMSZÖGEK

Javasolt óraszám: 16 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, úrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- kiszámítja háromszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
- A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Pitagorasz-tétel bizonyítása
- Háromszög területének kiszámítása

FOGALMAK

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
- Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában

- A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagoraszzi tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

NÉGYSZÖGEK, SOKSZÖGEK

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, úrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát;
- kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Szabályos sokszög fogalmának ismerete
- Szabályos sokszög területe átdarabolással

FOGALMAK

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással
- A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

ÉRTÉKELÉSI JAVASLATOK

- A résztémakörök feldolgozásánál előtérbe kerül az önálló munkára nevelés, az önértékelés.
- Diagnosztizáló méréseket résztémakörönként tervezünk.
- Nagyobb gyakoriságot kapnak a szóbeli feleletek.
- Négy minősítő témazáró dolgozatot tervezünk.

10. ÉVFOLYAM

MATEMATIKAI LOGIKA

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
- megfogalmazza adott állítás megfordítását;
- helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A matematikai bizonyítás fogalma
- Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
- Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
- A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
- A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
- Adott állítás megfordításának megfogalmazása
- „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
- Stratégiai és logikai játékok

FOGALMAK

tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bírósági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására

- „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

KOMBINATORIKA, GRÁFOK

Javasolt óraszám: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
- Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
- Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
- Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

FOGALMAK

gráf, gráf csúcsa, gráf éle

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával
- Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
- Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal
- Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása

- Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása
- Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
- Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal
- Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

HATVÁNY, GYÖK

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A négyzetgyök definíciója
- Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
- A négyzetgyökvonás azonosságai

FOGALMAK

hatványalap, hatványkitevő, normálalak, négyzetgyök

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Projektmunka: hányszor lehet félbehajtani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral

MÁSODFOKÚ EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK

Javasolt óraszám: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;

- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkeszlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket;
- ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényezős alakot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
- Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusán
- Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
- $\sqrt{x+c} = ax+b$

FOGALMAK

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, ekvivalens átalakítás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során
- Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről

A FÜGGVÉNY FOGALMA, FÜGGVÉNYTULAJDONSÁGOK

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- Elemi függvényekkel egyszerű függvény-transzformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$
- Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

FOGALMAK

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
- Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával
- Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

A KÖR ÉS RÉSZEI

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Thalész-tétel bizonyítása

FOGALMAK

középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása
- A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

TRANSZFORMÁCIÓK, SZERKESZTÉSEK

Javasolt óraszám: 20 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;

- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismer példákat geometriai transzformációkra;
- ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
- ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;
- megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükröképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolóját hagyományosan és digitális eszközzel;
- geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
- A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik
- A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
- Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
- Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
- Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
- Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása
- Négyszögek egybevágósága
- Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió
- Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)
- A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai
- A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)

FOGALMAK

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés

- A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
- M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
- A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgató, színezős) páros munkában
- Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában
- Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján

LEÍRÓ STATISZTIKA

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
- Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
- Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont
- Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén

FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése
- A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
- Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhető-e az ismert középértékekkel
- Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért
- Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében
- Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján
- Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása

VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS

Javasolt óraszám: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel;
- véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
- A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
- A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
- Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

FOGALMAK

valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetelre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére

- Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása
- Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján
- Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása

A FEJLESZTÉS VÁRT EREDMÉNYEI A KÉT ÉVFOLYAMOS CIKLUS VÉGÉN

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra. Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során. Szorzási és összeadási szabály alkalmazása kombinatorikai feladatokban.
- Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére.

Számelmélet, algebra

- Racionális és irracionális számok - a valós számok halmazának szemléletes fogalma. Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése.
- Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata. Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása.
- A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, négyzetgyökös egyenletek megoldása. Első és másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása.
- Másodfokúra vezető szélsőérték problémák megoldása teljes négyzetté alakítással
- A számológép használata.

Függvények, az analízis elemei

- A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás, paritás. A négyzetgyökfüggvény, trigonometrikus alapfüggvények ábrázolása, jellemzése.
- Többlépéses függvény-transzformációk elvégzése.
- Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.

Geometria

- Tételek ismerete, a távolság és szög fogalmának értése, ismerete, a távolság és a szög mérése.
- A kör és részeinek ismerete.
- Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnégyyszögek tételei). Egybevágósági és hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban.
- Vektor fogalmának ismerete, vektorműveletek szerkesztése. Vektorfelbontás.

- Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögeinek, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.
- A Pitagorasz-tétel és Thalész-tétel alkalmazásai.
- Hegyesszögek, forgásszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben.
- A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.

ÉRTÉKELÉSI JAVASLATOK

- A résztémakörök feldolgozásánál előtérbe kerül az önálló munkára nevelés, az önértékelés.
- Diagnosztizáló méréseket résztémakörönként tervezünk.
- Nagyobb gyakoriságot kapnak a szóbeli feleletek.
- Négy minősítő témazáró dolgozatot tervezünk.
- Május végén kompetencia mérést végzünk.

11 – 12. ÉVFOLYAM

Éves óraszám: 136 – 112 óra

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készüléskor egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordinátageometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordinátageometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazzák matematikai tudásukat.

A TÉMAKÖRÖK ÁTTEKINTŐ TÁBLÁZATA:

Témakör neve	11. évfolyam	12. évfolyam
Halmazok, matematikai logika	8	4
Kombinatorika, gráfok	12	
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	12	
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	14	
Exponenciális folyamatok vizsgálata	14	6
Sorozatok		18
Trigonometria	16	6
Térgeometria		20

Koordinátageometria	14	12
Leíró statisztika	14	
Valószínűség-számítás	18	8
Vizsgára készülés/ Rendszerező összefoglalás	14	38
Összes óraszám:	136	112

11. ÉVFOLYAM

HALMAZOK, MATEMATIKAI LOGIKA

Javasolt óraszám: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
- Logikai kifejezések megfelelő használata
- Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
- Stratégiai és logikai játékok

FOGALMAK

Fogalmak

logikai műveletek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
- Rejtvényűjságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtő”
- Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

KOMBINATORIKA, GRÁFOK

Javasolt óraszám: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
- Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
- A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában

FOGALMAK

Fogalmak

faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Anagramma készítése a tanulók neveiből
- A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása
- A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével
- Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése
- Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejáttszása, a tapasztalatok összegyűjtése

SZÁMELMÉLETI ISMERETEK, SZÁMHALMAZOK ÉPÜLÉSE

Javasolt óraszám: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;

- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezős felbontásból
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága

FOGALMAK

Fogalmak

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
- Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények
- Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
- Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
- Halmazábra elkészítése a számhalmazokról

HATVÁNY, GYÖK, EXPONENCIÁLIS FÜGGVÉNY, LOGARITMUS

Javasolt óraszám: 14 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az n -edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
- Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- A logaritmus értelmezése
- Áttérés más alapú logaritmusra
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához

FOGALMAK

Fogalmak

n -edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
- Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projekt munkában
- Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
- Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével
- 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel

EXPONENCIÁLIS FOLYAMATOK VIZSGÁLATA

Javasolt óraszám: 14 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

FOGALMAK

Nincsenek új fogalmak.

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

TRIGONOMETRIA

Javasolt óraszám: 16 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása

FOGALMAK

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
- Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában

KOORDINÁTAGEOMETRIA

Javasolt óraszám: 14 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban
- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében

FOGALMAK

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Torpedójáték” koordináta-rendszerben
- Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
- Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján
- Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
- Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában
- „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével
- „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben

LEÍRÓ STATISZTIKA

Javasolt óraszám: 14 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

FOGALMAK

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre
- Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között
- A Simpson-paradoxon bemutatása példákön

- Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása
- Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése

VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS

Javasolt óraszám: 18 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

FOGALMAK

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
- Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
- Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével
- Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása
- Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése
- Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

ÉRTÉKELÉSI JAVASLATOK

- A résztemakörök feldolgozásánál előtérbe kerül az önálló munkára nevelés, az önértékelés.
- Diagnosztizáló méréseket résztemakörönként tervezünk.
- Nagyobb gyakoriságot kapnak a szóbeli feleletek.
- Négy minősítő témazáró dolgozatot tervezünk.
- A 11. osztály végén (legkésőbb április 15-ig) diagnosztikus felmérést végzünk, melynek érdemjegye is beszámít az év végi osztályzatba.

12. ÉVFOLYAM

MATEMATIKAI LOGIKA

Javasolt óraszám: 4 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
- Logikai kifejezések megfelelő használata
- Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
- Stratégiai és logikai játékok

FOGALMAK

logikai műveletek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
- Rejtvényújságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

EXPONENCIÁLIS FOLYAMATOK VIZSGÁLATA

Javasolt óraszám: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;

- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

FOGALMAK

Nincsenek új fogalmak.

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

SOROZATOK

Javasolt óraszám: 18 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
- a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
- a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;

- mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számítási és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számítási sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- Mértani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- A számítási és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Számítási és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

FOGALMAK

számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat
- Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével
- A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása
- Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

TRIGONOMETRIA

Javasolt óraszám: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöveget;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása

FOGALMAK

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése

- Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában

TÉRGEOMETRIA

Javasolt óraszám: 20 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
- Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben
- A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
- A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
- A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
- Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
- A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

FOGALMAK

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hétköznapi tárgyak (üdítősdoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel
- A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)
- Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén
- Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel
- A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal
- Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai

KOORDINÁTAGEOMETRIA

Javasolt óraszám: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása

- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban
- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében

FOGALMAK

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Torpedójáték” koordináta-rendszerben
- Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
- Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján
- Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
- Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában
- „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével
- „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben

VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS

Javasolt óraszám: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

FOGALMAK

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
- Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
- Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével
- Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása
- Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése
- Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

A FEJLESZTÉS VÁRT EREDMÉNYEI A KÉT ÉVFOLYAMOS CIKLUS VÉGÉN

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.
- Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.
- Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.
- A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában.

Számelmélet, algebra

- A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete. A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. Exponenciális és logaritmosos egyenletek megoldása, ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. A számológép biztos használata.

Függvények, az analízis elemei

- Az exponenciális, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. Függvény-transzformációk alkalmazása.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata.
- A számtani és a mértani sorozat ismerete, feladatokban való alkalmazása.
- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.

Geometria

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete. Két vektor skaláris szorzata alkalmazása.
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- Valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése. Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása. Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.
- A matematikai tanulmányok végére a matematika tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.

Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni (pl. gazdasági, pénzügyi).

Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.

Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni. A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.

A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.

A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek alapvető matematika kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

10. ÉVFOLYAM-Orientáció

MATEMATIKAI LOGIKA

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
- megfogalmazza adott állítás megfordítását;
- helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A matematikai bizonyítás fogalma
- Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
- Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
- A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
- A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
- Adott állítás megfordításának megfogalmazása

- „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
- Stratégiai és logikai játékok

FOGALMAK

tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bírósági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására
- „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtő”
- Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

KOMBINATORIKA, GRÁFOK

Javasolt óraszám: 20 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.
- összetett kombinatorikai modellekben gondolkodik

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
- Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
- Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
- Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

FOGALMAK

gráf, gráf csúcsa, gráf éle, fagráf

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával
- Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
- Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése
- Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
- Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása
- Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
- Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal
- Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

HATVÁNY, GYÖK

Javasolt óraszám: 18 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát; ismeri annak tulajdonságait
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A négyzetgyök definíciója
- Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
- A négyzetgyökvonás azonosságai
- n . gyök tulajdonságai
- gyökfüggvények

FOGALMAK

hatványalap, hatványkitevő, normálalak, négyzetgyök, n .gök

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Projektmunka: hányszor lehet félbehajítani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral

MÁSODFOKÚ EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK

Javasolt óraszám: 22 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; egyenletrendszereket
- ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényező alakot, Viéte formulákat

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
- Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusán
- Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása

- több gyököt is tartalmazó gyökös egyenletek megoldása
- paraméteres egyenletek

FOGALMAK

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényező alak, ekvivalens átalakítás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során
- Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről

A FÜGGVÉNY FOGALMA, FÜGGVÉNYTULAJDONSÁGOK

Javasolt óraszám: 20 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- Elemi függvényekkel egyszerű függvény-transzformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$
- Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása
- összetett feladatok

FOGALMAK

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
- Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával
- Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

A KÖR ÉS RÉSZEI

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Thalész-tétel bizonyítása

FOGALMAK

középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása
- A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

TRANSZFORMÁCIÓK, SZERKESZTÉSEK

Javasolt óraszám: 20 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismer példákat geometriai transzformációkra;
- ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
- ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;
- megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolját hagyományosan és digitális eszközzel;
- geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
- A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik
- A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
- Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
- Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
- Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
- Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása

- Négyszögek egybevágósága
- Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diskusszió
- Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)
- A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai
- A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)

FOGALMAK

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
- A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
- M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
- A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgató, színezős) páros munkában
- Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában
- Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján

LEÍRÓ STATISZTIKA

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
- Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
- Kördiagramból oszlopdigram készítése és viszont
- Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén

FOGALMAK

oszlopdigram, kördiagram, átlag, medián, módusz

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése
- A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
- Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetők-e az ismert középértékekkel
- Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért
- Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében
- Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján
- Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása

VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS

Javasolt óraszám: 10óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel;

- véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
- A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
- A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
- Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

FOGALMAK

valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére
- Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása
- Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján
- Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása

Trigonometria

Javasolt óraszám: 23 óra

- szögfüggvények a derékszögű háromszögben
- Összefüggés a szögfüggvények között
- szögfüggvények tulajdonságai
- Kierjesztés
- $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$ függvények és tulajdonságaik
- egyszerű trigonometriai egyenletek

A FEJLESZTÉS VÁRT EREDMÉNYEI A KÉT ÉVFOLYAMOS CIKLUS VÉGÉN

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra. Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során. Szorzási és összeadási szabály alkalmazása kombinatorikai feladatokban.

- Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére.

Számelmélet, algebra

- Racionális és irracionális számok - a valós számok halmazának szemléletes fogalma. Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése.
- Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata. Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása.
- A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, négyzetgyökös egyenletek megoldása. Első és másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása.
- Másodfokúra vezető szélsőérték problémák megoldása teljes négyzetté alakítással
- A számológép használata.

Függvények, az analízis elemei

- A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás, paritás. A négyzetgyökfüggvény, trigonometrikus alapfüggvények ábrázolása, jellemzése.
- Többlépéses függvény-transzformációk elvégzése.
- Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.

Geometria

- Térelemek ismerete, a távolság és szög fogalmának értése, ismerete, a távolság és a szög mérése.
- A kör és részeinek ismerete.
- Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnégyyszögek tételei). Egybevágósági és hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban.
- Vektor fogalmának ismerete, vektorműveletek szerkesztése. Vektorfelbontás.
- Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögeinek, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.
- A Pitagorasz-tétel és Thalész-tétel alkalmazásai.
- Hegyesszögek, forgásszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben.
- A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.

ÉRTÉKELÉSI JAVASLATOK

- A résztémakörök feldolgozásánál előtérbe kerül az önálló munkára nevelés, az önértékelés.
- Diagnosztizáló méréseket résztémakörönként tervezünk.
- Nagyobb gyakoriságot kapnak a szóbeli feleletek.
- Négy minősítő témazáró dolgozatot tervezünk.
- Május végén kompetencia mérést végzünk.

11-12.OSZTÁLY EMELT SZINT

BATTYÁNY KÁZMÉR GIMNÁZIUM

altörés

11. ÉVFOLYAM EMELT SZINT

Éves óraszám: 204 - heti óraszám: 4+2

Témakör	Témakör feldolgozására javasolt óraszám
1. Gondolkodási módszerek	12
2. Algebra	56
3. Geometria	58
4. Összefüggések, függvények, sorozatok	50
5. Valószínűség, statisztika	14
6. Vizsgára készülés	14

1. GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK

Fejlesztési célok	Tananyag	Ajánlott tevékenységformák Módszertani javaslatok	A továbbhaladás feltételei
Számolás, számlálás fejlesztése halmazok elemeinek különböző tulajdonságok alapján való tudatos, tervszerű összeszámlálása révén. Az induktív és deduktív gondolkodás fejlesztése (konkrét esetek összeszámlálása alapján általánosítással illetve általános összefüggések konkrét feladatban való	Kombinatorika. Permutáció ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció ismétlés nélkül. Variáció ismétlés nélkül és ismétléssel.	Tapasztalatszerzés csoportmunkában kis elemszámú halmazok elemeinek sorba rendezése és különböző feltételeknek megfelelő kiválasztása alapján. Az ismétléses és az ismétlés nélküli esetek különbségének felfedezése pármunkában permutációra és variációra vezető feladatokban. Viták kezdeményezése. Érvek és	Tudjon egyszerű sorba rendezési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatokat megoldani. Tudja kiszámolni a binomiális együtthatókat.

<p>alkalmazásával).</p> <p>A kombinatorikus gondolkodás fejlesztése.</p> <p>Együtműködésre nevelés egymás munkájának ellenőrzése és az eredmények e bemutatása révén.</p> <p>A pontos szövegértésre nevelés.</p>		ellenérvek megfogalmazása.	
--	--	----------------------------	--

<p>A tudatos, célirányos figyelem fejlesztése. Halmazok eszközjellegű használata.</p> <p>A bizonyítási módszerek tudatos alkalmazási képességének fejlesztése.</p> <p>A kommunikációs készség fejlesztése a logikus érvelés és cáfolás segítségével.</p> <p>Az analógias gondolkodás megszilárdítása.</p>	<p>Halmazelmélet, logika. Halmazműveletek és tulajdonságaik. Halmazok számossága. Logikai szita. Teljes indukció. Skatulyaelv. Véges halmaz részhalmazainak száma. A halmazelmélet és a matematikai logika kapcsolata.</p>	<p>Konkrét halmazokkal végzett műveletek, és azok tulajdonságainak felfedezése csoportmunkában.</p> <p>A halmazműveletek és a matematikai logika műveleteinek párba rendezése.</p> <p>A matematika különböző területeihez tartozó azonos módszerrel megoldható feladatcsokrok.</p>	<p>Véges, megszámlálhatóan végtelen és nem megszámlálhatóan végtelen halmazok ismerete.</p> <p>Alkalmazza tudatosan a nyelv logikai elemeit.</p> <p>Az alábbi bizonyítási módszerek és néhány alkalmazásuk ismerete: direkt és indirekt bizonyítás, skatulyaelv.</p> <p>Tudja megfogalmazni konkrét esetekben tételek megfordítását.</p>
<p>Az induktív és deduktív gondolkodás fejlesztése konkrét esetek összeszámlálása alapján általánosítással, illetve általános összefüggések konkrét feladatban való alkalmazásával.</p> <p>A kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Együttműködésre nevelés egymás munkájának ellenőrzése és az eredmények e bemutatása révén.</p> <p>Szimmetria tulajdonságok felismerési képességének fejlesztése.</p>	<p>Kombinatorika. Permutációk, variációk, ismétlés nélküli kombinációk számára vonatkozó összefüggések bizonyítása. Binomiális együtthatók és tulajdonságaik. Binomiális-tétel. Pascal-háromszög. Ismétlés kombináció.</p>	<p>A Pascal-háromszög tulajdonságainak felfedezése, poszter készítése a háromszögről. Tapasztalatszerzés csoportmunkában kis elemszámú halmazok elemeinek különböző feltételeknek megfelelő kiválasztása alapján. Az ismétléses és az ismétlés nélküli kombináció különbségének felfedezése pármunkában. Sejtések megfogalmazása, megvitatása, bizonyítása. A kombinatorika összefüggéseinek alkalmazása valószínűség meghatározására.</p>	<p>A permutációk, variációk (ismétlés nélküli és ismétléssel), kombinációk (ismétlés nélkül) kiszámítására vonatkozó képletek ismerete, bizonyítása és alkalmazása.</p> <p>A binomiális tétel ismerete és alkalmazása.</p>
<p>Szövegértelmező és szövegalkotó képesség fejlesztése.</p> <p>Értelmezési és következtetési képesség fejlesztése megrajzolt gráfon.</p> <p>Az egyezőség, a hasonlóság illetve a különbözőség felismerési képességének fejlesztése.</p>	<p>Gráfok. Az élek és a pontok fokszáma közötti összefüggés. Egyszerű gráfok. Út, vonal, séta, kör. Kör és fa, valamint az azokra vonatkozó tételek. Teljes gráf és éleinek száma. Összefüggő gráf és komponensei. Izomorfia. Euler-vonal, Hamilton-kör. Páros gráf.</p>	<p>Szöveges feladatokhoz gráf készítése és a megoldás leolvasása a gráfról.</p> <p>A gráfelméleti összefüggések felfedezése és indoklásuk egymásra épülő feladatokat tartalmazó feladatsor megoldásával.</p> <p>Matematikatörténeti érdekességek bemutatása.</p> <p>A platoni testek síkba rajzolható gráfjainak megismerése.</p>	<p>A következő fogalmak definiálása: pont, él, fok, út, kör, összefüggő gráf, fa.</p> <p>Az egyszerű gráf pontjainak foka és éleinek száma, valamint a fa pontjai és élei száma közötti összefüggés ismerete.</p>

2. ALGEBRA

Fejlesztési célok	Tananyag	Ajánlott tevékenységformák Módszertani javaslatok	A továbbhaladás feltételei
<p>A számfogalom továbbfejlesztése bővülő számkörben.</p> <p>Sejtések megfogalmazása; divergens gondolkodás. Megértett probléma „eredményének” elképzelése, előrevetítése; a sejtés megfogalmazása, lejegyzése, az ellenőrzés, önellenőrzés igényének alakítása. Zsebszámológép használata.</p> <p>Önellenőrzésre nevelés.</p>	<p>Hatványozás kiterjesztése.</p> <p>Hatványozás egész kitevőre és négyzetgyökvonás (ismétlés).</p> <p>Gyökvonás.</p> <p>Hatványozás törtkitevő esetén.</p> <p>A hatványozás azonosságai.</p>	<p>Azonosságok párosítása dominóval pármunkában.</p> <p>Az azonosságok és a műveletek gyakorlása feladatlapok kitöltésével, ellenőrzés zsebszámológéppel.</p> <p>A hatványértékek növekedési ütemének bemutatása érdekes példákon keresztül, kutatás szakirodalomban és az interneten.</p>	<p>A hatványozás értelmezése racionális kitevő esetén.</p> <p>Ismerje és használja a hatványozás azonosságait.</p> <p>Definiálja és használja az $\sqrt[n]{a}$ fogalmát.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a négyzetgyökvonás azonosságait.</p>
<p>A műveletfogalom mélyítése és kiterjesztése a kétféle módon értelmezett inverz kapcsolat vizsgálata során.</p> <p>Algoritmusok alkalmazásának képességét fejlesztjük az egyenletek megoldásakor.</p> <p>A koncentráció képesség fejlesztése: az értelmezési tartományra vonatkozó feltételrendszer és a megoldás összevetése.</p> <p>Matematikatörténeti érdekességek megismerése iránti igény felkeltése.</p>	<p>Logaritmus.</p> <p>A logaritmus fogalma.</p> <p>A logaritmus azonosságai.</p> <p>Logaritmusos egyenletek.</p>	<p>Az azonosságok felfedezése számolási feladatok segítségével.</p> <p>Memória játékok, dominók alkalmazása az azonosságok gyakoroltatására.</p> <p>Önellenőrzésre alkalmas feladatlapok kitöltése.</p> <p>Matematikatörténeti adatok, érdekességek gyűjtése.</p>	<p>Definiálja és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát, valamint a logaritmus azonosságait.</p> <p>Tudjon áttérni más alapú logaritmusra.</p>
<p>Pontos munkavégzés továbbfejlesztése.</p> <p>A matematika különböző részterületein megismert összefüggések szintézisére való képesség fejlesztése.</p> <p>Önellenőrzésre nevelés.</p>	<p>Exponenciális és logaritmikus egyenletek.</p>	<p>Differenciált egyéni munka</p> <p>önellenőrzésre alkalmas feladatlapok kitöltésével.</p>	<p>Definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatok megoldása.</p>
<p>A rendszerezett munkára való nevelés, ismeretek felhasználásának tudatosítása.</p> <p>A matematika különböző területeihez tartozó ismeretek szintézise.</p>	<p>Trigonometrikus egyenletek.</p> <p>Egyenlet végtelen sok megoldással – ellenőrzés a megoldások véges sok csoportba rendezésével.</p> <p>Szögfüggvények azonosságai: egységsugarú kör és a függvénygrafikon összekapcsolása.</p>	<p>Differenciált egyéni munka</p> <p>önellenőrzésre alkalmas feladatlapok kitöltésével.</p>	<p>Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldani.</p>

<p>A számfogalom továbbfejlesztése bővülő számkörben. Az induktív és a deduktív következtetés képességének fejlesztése számelméleti feladatokon keresztül. A divergens gondolkodás képességének fejlesztése. A bizonyítási igény fejlesztése. Az indirekt következtetési képesség elmélyítése.</p>	<p>A valós számkör. Oszthatóság a természetes számok körében és a számelmélet alaptétele. Osztók száma. A valós számkör felépítése.</p>	<p>A számelméleti fogalmak és tételek összehasonlítása a természetes számok, illetve a páros számok halmazában. Oszthatósági feladatok megoldása többféle eljárással csoportmunkában. Megértett probléma „eredményének” elképzelése, előrevetítése; a sejtés megfogalmazása, lejegyzése, az ellenőrzés, önellenőrzés igényének alakítása. Szakaszok összemérhetőségének vizsgálata.</p>	<p>A számelmélet alaptételének pontos megfogalmazása. Oszthatósági feladatok megoldása. Számok átírása 10-es alapú számrendszerből n alapú számrendszerbe és viszont. Bizonyítsa, hogy $\sqrt{2}$ irracionális szám. Tudja, hogy mit értünk adott műveletekre zárt számhalmazokon.</p>
<p>Megértett szabályokra, állításokra, összefüggésekre való emlékezés. A korábbi matematikai ismeretek beépítése, a lehetséges alkalmazások megkeresése, a tanult új ismeret beillesztése, a rendszerező szemlélet alakítása. A deduktív gondolkodási képesség fejlesztése azonosságok alkalmazásakor.</p>	<p>Algebrai azonosságok. A tanult nevezetes azonosságok körének bővítése. A harmonikus, a mértani, számtani és a négyzetes közép definíciója. Összefüggés a közepek között. A hatványozás azonosságai. A gyökvonás azonosságai. A logaritmus azonosságai.</p>	<p>Játék az azonosságokról készített dominókkal, memóriakártyákkal csoportban. Önálló feladatmegoldás az azonosságok alkalmazására. Közepek és algebrai azonosságok alkalmazása a statisztikában, például a szórás kiszámításakor.</p>	<p>Tudja alkalmazni feladatokban az $a^n - b^n$, illetve az $a^{2m+1} + b^{2m+1}$ kifejezés szorzattá alakítását. Ismerje n szám számított középértékeit (aritmetikai, geometriai, négyzetes, harmonikus), valamint a nagyságrendi viszonyaikra vonatkozó tételeket. Bizonyítsa, $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}, \text{ ha } a, b \in \mathbb{R}^+.$ <p>hogyan Tudjon megoldani feladatokat számtani és mértani közép közötti összefüggés alapján. Permanencia elv. Irracionális kitevőjű hatvány értelmezése szemléletesen. Bizonyítsa a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén. Bizonyítsa a négyzetgyökvonás azonosságait. Bizonyítsa a logaritmus azonosságait.</p> </p>
<p>A paraméter és a változó tudatos megkülönböztetése. A bizonyítási igény fejlesztése. Zsebszámológép használata. A fegyelmezettség és a következetesség</p>	<p>Egyenletek, egyenlőtlenségek. Elsőfokú paraméteres egyenletek. Másodfokú egyenlet megoldóképlete, Viète-formulák. Másodfokú paraméteres egyenletek.</p>	<p>Önálló feladatmegoldás változatos feladatokon keresztül. Matematikai logikai ismeretek alkalmazása egyenlőtlenségek megoldásakor.</p>	<p>Tudjon paraméteres elsőfokú egyenleteket megoldani. Két és három ismeretlenes elsőfokú egyenletrendszer megoldása. Egyszerű kétismeretlenes lineáris paraméteres egyenletrendszer megoldása.</p>

<p>fejlesztése. A megismert gondolatmenet panelként való felhasználása új feladatban. Az önellenőrzés igényének fejlesztése. A koncentráció képesség fejlesztése: az értelmezési tartományra vonatkozó feltételrendszer és a megoldás összevetésekor. A rendszerezett munkára nevelés, ismeretek tudatos felhasználása.</p>	<p>Több gyökös kifejezést tartalmazó egyenletek. Abszolút értékes egyenletek. Exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus feladatok. Elsőfokú egyenletrendszerek. Másodfokú egyenletrendszerek. Egyenlőtlenségek. Egyenlet végtelen sok megoldással – ellenőrzés a megoldások véges sok csoportba rendezésével.</p>	<p>Abszolút értékes egyenletek megoldásakor az argumentumok előjelvizsgálatának szemléltetése számegyenesen. Egyenlőtlenségek megoldásának szemléltetése számegyenesen. Egyenletmegoldás kombinatorika-, illetve statisztika-feladatokban. Zsebszámológép használata ellenőrzésre.</p>	<p>Igazolja a másodfokú egyenlet megoldó képletét. Igazolja és alkalmazza a gyökök és együtthatók közötti összefüggéseket. Másodfokú paraméteres feladatok megoldása. Tudjon másodfokúra visszavezethető egyenletrendszereket megoldani. Értelmezési tartomány, illetve értékészlet-vizsgálattal, valamint szorzattá alakítással megoldható feladatok, összetett feladatok megoldása. Tudjon két négyzetre emeléssel megoldható egyenleteket megoldani. Abszolút értékes egyenletek algebrai megoldása. Tudjon egyszerű négyzetgyökös, abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenlőtlenségeket megoldani.</p>
---	---	---	---

3. GEOMETRIA

Fejlesztési célok	Tananyag	Ajánlott tevékenységformák Módszertani javaslatok	A továbbhaladás feltételei
<p>A függvényszemlélet továbbfejlesztése rendezett számpárok alkalmazásán keresztül.</p> <p>Az önellenőrző képesség továbbfejlesztése a számolással kapott eredmény és a koordináta-rendszerben ábrázolt rajz összevetésével.</p> <p>Az analógiás gondolkodás fejlesztése az elemi geometriai ismeretek koordináta-geometriában történő alkalmazásával.</p>	<p>Vektorok.</p> <p>Műveletek vektorokkal.</p> <p>Vektorok a koordinátasíkon.</p> <p>Vektorműveletek koordinátákkal.</p> <p>Skaláris szorzás.</p> <p>Két vektor hajlásszöge.</p> <p>Szakasz osztópontja.</p> <p>Háromszög súlypontja.</p>	<p>Koordinátákkal adott feladatok esetén az eredmények ellenőrzése a koordináta-rendszerben.</p> <p>Triominók kirakása. A vektorok végpontjai, ennek megfelelő helyvektorok és a vektor abszolútértékére.</p>	<p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket: vektor fogalma, abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, vektorok összege, különbsége, vektor skalárszorosa, vektorműveletek azonosságai, vektor felbontása összetevőkre.</p> <p>Skaláris szorzat definíciója, tulajdonságai.</p> <p>A következő definíciók, tételek ismerete és alkalmazása feladatokban:</p> <p>vektor koordinátái,</p> <p>a vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái,</p> <p>vektorok összegének, különbségének, skalárral való szorzatának koordinátái,</p> <p>skalárszorzat kiszámítása koordinátákból.</p> <p>\vec{AB} vektor koordinátáinak ismerete és abszolútértékének kiszámítása a végpontok koordinátáiból.</p> <p>Két pont távolságának, szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjainak és a háromszög súlypontjának felírása, alkalmazása feladatokban.</p>

<p>Geometriai információk leolvasásai képességének fejlesztése alakzatok egyenletéből.</p> <p>Algoritmikus gondolkodás fejlesztése geometriai feladatok megoldása során: értelmezés, adatgyűjtés, tervekészítés, pontos kivitelezés, az eredmény összevetése a feladat szövegével.</p> <p>A geometriai feladatok algebrai eszközökkel történő megoldási képességének fejlesztése.</p> <p>Az analógiás gondolkodás fejlesztése az elemi geometriai ismeretek koordináta-geometriában történő alkalmazásával.</p> <p>Geometriai fogalmak segítségével az absztrakciós képesség fejlesztése.</p>	<p>Koordinátageometria – az egyenes.</p> <p>Az egyenes pontjai.</p> <p>Az egyenes egyenletei.</p> <p>Egyenesek kölcsönös helyzete.</p> <p>Pont és egyenes távolsága.</p> <p>Egyenesek távolsága, hajlásszöge.</p>	<p>Párhuzamos és merőleges egyenesek kiválasztása kártyákon megadott egyenletek alapján csoportmunkában.</p> <p>Triominók kirakása az egyenest jellemző adatok alapján.</p> <p>Koordinátákkal adott feladatok esetén az eredmények ellenőrzése a koordináta-rendszerben.</p> <p>Egy-egy feladat többféle megközelítése csoportmunkában</p> <p>Kutatómunka: matematikatörténeti érdekességek az analitikus geometria kialakulásáról.</p> <p>Előadás, vetítés, interaktív programok az internetről.</p>	<p>Tudja felírni különböző adatokkal meghatározott egyenesek egyenletét.</p> <p>Egyenesek metszéspontjának számítása.</p> <p>Ismerje egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit.</p> <p>Elemi háromszög- és négyszög-geometriai feladatok megoldása koordinátageometriai eszközökkel.</p>
<p>Zsebszámológép tudatos használatának fejlesztése a kerekítés pontosságának célszerű megválasztásával.</p>	<p>Koordinátageometria – a kör.</p> <p>A kör egyenlete.</p> <p>A kör egyenletének ekvivalens alakjai.</p> <p>A kör és az egyenes kapcsolata.</p> <p>A kör érintője.</p>	<p>A kör középponti egyenletének és kifejtett alakban felírt egyenletének párosítása dominókkal.</p> <p>Koordinátákkal adott feladatok esetén az eredmények ellenőrzése a koordináta-rendszerben.</p> <p>Egy-egy feladat többféle megközelítése csoportmunkában.</p> <p>Kutatómunka: matematikatörténeti érdekességek az analitikus geometria kialakulásáról.</p> <p>Előadás, vetítés, interaktív programok az internetről.</p>	<p>Adott középpontú és sugarú körök egyenletének felírása.</p> <p>Kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontjának és sugarának meghatározása.</p> <p>Kör és egyenes metszéspontjának meghatározása.</p> <p>A kör adott pontjában húzott érintő egyenletének felírása.</p> <p>Alkalmazza ismereteit feladatokban.</p>
<p>A bizonyítási igény felkeltése.</p> <p>A lényeges és a lényegtelen adatok megkülönböztetése.</p> <p>Szövegértelmezés továbbfejlesztése, a lényegkiemelő képesség fejlesztése.</p> <p>A modellalkotás képességének fejlesztése.</p> <p>Logikai gondolkodás fejlesztése.</p>	<p>Színusztétel, koszinusztétel.</p> <p>A színusztétel.</p> <p>A koszinusztétel.</p> <p>A valóság tárgyai – és azok geometriai modelljei.</p> <p>A geometriai feladatok algebrai megoldása során keletkező hamis gyökök kiválasztása.</p>	<p>Térbeli feladatok megoldása előtt modellek készítése, távolságok és szögek kiszámítása.</p> <p>Egy-egy feladat többféle megközelítése csoportmunkában.</p> <p>Zsebszámológépek megfelelő használata.</p>	<p>Tudja és használja a színusz- és a koszinusztételt.</p> <p>Tudjon számolásokat végezni általános háromszögben.</p>

Zsebszámológép tudatos használata.	A kerekítés pontossága – zsebszámológép tudatos használata.		
A bizonyítási igény felkeltése, a bizonyítási módszerek tudatos alkalmazási képességének fejlesztése. A szövegértő és szövegelemző képesség fejlesztése. Az önellenőrző képesség továbbfejlesztése a számolással kapott eredmény ellenőrzése és adaptálása a valóságos problémához. Adott feladathoz a megfelelő összefüggések felismerése a függvénytáblázatból, és azok helyes alkalmazási képességének fejlesztése.	Trigonometria. A szinusztétel és a koszinusztétel bizonyítása. Addíciós tételek. Hátrametszési feladat.	Vázlat és megoldási terv készítése a szöveges feladatokhoz csoportmunkában. Differenciált egyéni feladatlapok megoldása.	Bizonyítsa a szinusz- és a koszinusztételt. Tudjon szögfüggvényeket kifejezni egymásból. Függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni egyszerű feladatokban az addíciós összefüggéseket ($\sin(\alpha \pm \beta)$, $\cos(\alpha \pm \beta)$, $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta)$).
Megértett szabályokra, állításokra, összefüggésekre való emlékezés. A metakognitív gondolkodás fejlesztése, az új tudás kapcsolása a meglévőhöz. A matematika szaknyelvének alkalmazása. Magyarázatok logikus felépítésének és a tudásátadás képességének fejlesztése.	Elemi geometriai tételek A kerettanterv A változatában is szereplő ismeretek és a tételek bizonyítása: - távolság értelmezése, - a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek, - Pitagorasz-tétel és megfordítása, - háromszög és sokszög területképletek, Heron-képlet alkalmazása, - magasság- és befogótétel, - húrnégyszögek és érintőnégyszögek tétele, - konvex sokszög átlóinak száma, - sokszög belső és külső szögösszegére vonatkozó tétel, - a kör adott pontjában állított érintő illetve a külső pontból húzott érintők tulajdonságai, - a kerületi és középponti szögek	A koordináta-geometria fejezet tanulása előtt a tanulók kiselőadás formájában a már ismert elemi geometriai tételek bizonyítását mondják el társaiknak.	Alakzatok távolságának értelmezése. Bizonyítsa a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételeket (körülrírt és beírt kör középpontja; magasságpont, súlypont, középvonal tulajdonságai). Bizonyítsa a Pitagorasz-tételt és megfordítását. A háromszög területének kiszámítására használt képletek bizonyítása, további összefüggések: $t = sr$ (bizonyítással), $t = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ alkalmazása. A területképletek bizonyítása. Bizonyítsa a magasság- és a befogótételt. Húrnégyszög, érintőnégyszög tételének ismerete bizonyítással és alkalmazása. A konvex sokszög átlóinak száma, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tétel bizonyítása. Bizonyítsa, hogy a kör érintője merőleges az

	<p>tétele, - látókör fogalma, - Thalész-tétel és megfordítása, - a geometriai transzformáció mint függvény, - az egybevágósági transzformációk definíciói, - a síkidomok egybevágóságának fogalma, a sokszögek egybevágóságának elégséges feltétele, - pont körüli forgatás, - térbeli egybevágósági transzformációk (eltolás, tengely körüli forgatás, pontra vonatkozó tükrözés, síkra vonatkozó tükrözés), - a hasonlósági transzformáció definíciója. Merőleges vetítés. A területszámítás axiomatikus felépítése. A térfogatszámítás axiomatikus felépítése.</p>		<p>érintési pontba húzott sugárra, valamint hogy a külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak. Igazolja és alkalmazza feladatokban a kerületi és középponti szögek tételét. Ismerje és használja a látókör fogalmát. Bizonyítsa a Thalész-tételt és megfordítását. A geometriai transzformáció mint függvény. Tudja pontosan megfogalmazni az egybevágósági transzformációk definícióit, a síkidomok egybevágóságának fogalmát, valamint a sokszögek egybevágóságának elégséges feltételét. Pont körüli forgatás alkalmazása. Ismerje és alkalmazza a térbeli egybevágósági transzformációkat (eltolás, tengely körüli forgatás, pontra vonatkozó tükrözés, síkra vonatkozó tükrözés). Ismerje a hasonlósági transzformáció definícióját. Tudja a merőleges vetítés definícióját, tulajdonságait, legyen képes gyakorlati példákban alkalmazni (pl.: alaprajz értelmezése).</p>
<p>A korábbi matematikai ismeretek beépítése, a lehetséges alkalmazások megkeresése, a tanult új ismeret beillesztése, a rendszerező szemlélet alakítása. Az analógiás gondolkodás fejlesztése az elemi geometriai ismeretek koordináta-geometriában történő alkalmazásával. Adott feladathoz a megfelelő összefüggések felismerése a függvénytáblázatból, és azok helyes</p>	<p>Koordinátageometria: A kerettanterv A változatában szereplő tételek bizonyítása, alkalmazása: - szakasz felező- és harmadoló pontjának koordinátái, - háromszög súlypontjának koordinátái, - skalárszorzat kiszámítása a vektorkoordinátákból, - az egyenes egyenletei, - a kör egyenlete,</p>	<p>Koordinátákkal adott feladatok esetén az eredmények ellenőrzése a koordinátarendszerben. Egy-egy feladat többféle megközelítése csoportmunkában Kutatómunka: Matematikatörténeti érdekességek az analitikus geometria kialakulásáról. Előadás, vetítés, interaktív programok az internetről. Posztertkészítés a kúpszeletek előfordulásáról a természetben</p>	<p>Szakasz felezőpontja és harmadoló pontjai koordinátáinak kiszámítására vonatkozó összefüggések igazolása. Igazolja a háromszög súlypontjának koordinátáira vonatkozó összefüggést. A skalárszorzat koordinátákból való kiszámításának bizonyítása. Az egyenes egyenletének levezetése különböző kiindulási adatokból a síkban. A kör egyenletének levezetése. A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolata.</p>

<p>alkalmazási képességének fejlesztése. A geometriai feladatok megoldási képességének fejlesztése: tervekészítés, pontos kivitelezés, az eredmény összevetése a feladat szövegével. A geometriai feladatok algebrai eszközökkel történő megoldási képességének fejlesztése. Geometriai fogalmak segítségével az absztrakciós képesség fejlesztése.</p>	<p>- két kör kölcsönös helyzete, közös pontjaik, - kör érintőjének egyenlete, - a parabola egyenlete.</p> <p>Szakasz adott arányú osztópontja. Az egyenes és az elsőfokú kétismeretlenes egyenlet kapcsolata. Pont és egyenes távolságára vonatkozó összefüggés. Két egyenes szögfelezőinek egyenlete. A sík egyenlete. A gömb egyenlete. A parabola definíciója és tengelyponti egyenlete. A parabola és a másodfokú függvény. A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete. Az ellipszis definíciója és kanonikus egyenlete. A hiperbola definíciója és kanonikus egyenlete. Kúpszeletek rendszerezése.</p>	<p>(égitestek pályája) és a gyakorlati alkalmazásukról.</p>	<p>Két kör kölcsönös helyzetének meghatározása, metszéspontjainak felírása. Külső pontból húzott érintő egyenletének felírása. A parabola fogalma. A parabola $x^2 = 2py$ alakú egyenletének levezetése. Feladatok a koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabolákra.</p>
---	--	---	---

4. ÖSSZEFÜGGÉSEK, FÜGGVÉNYEK, SOROZATOK

Fejlesztési célok	Tananyag	Ajánlott tevékenységformák Módszertani javaslatok	A továbbhaladás feltételei
<p>A számolási készség fejlesztése az adott helyhez tartozó függvényértékek kiszámításával.</p> <p>A következtetési képesség fejlesztése a függvények tulajdonságainak grafikonról való leolvasásakor.</p> <p>Összefüggések felismerése.</p>	<p>Hatványfüggvények, gyökfüggvények.</p> <p>Az inverz függvénykapcsolat.</p> <p>Hatványfüggvények.</p> <p>Gyökfüggvények.</p>	<p>Értéktáblázat készítése zsebszámológéppel.</p> <p>Grafikonok készítése értéktáblázat alapján.</p> <p>Poszter készítése csoportmunkában a hatványfüggvények, illetve a gyökfüggvények grafikonjairól a koordinátásík kitöltésének vizsgálatára.</p> <p>Függvényrajzoló programok használata (internet, grafikus kalkulátor).</p>	<p>Az inverz függvény fogalmának szemléletes értelmezése.</p> <p>Az alábbi hozzárendelésekkel megadott függvények ábrázolása és jellemzése: $x \mapsto x^2$; $x \mapsto x^3$; $x \mapsto \sqrt{x}$</p>
<p>A számfogalom mélyítése a folytonos és a diszkrét változások elemzése során.</p> <p>Az induktív és</p>	<p>Exponenciális és logaritmusfüggvények:</p> <p>Az inverz függvénykapcsolat.</p> <p>Exponenciális függvények.</p> <p>Logaritmusfüggvények.</p>	<p>Értéktáblázat készítése zsebszámológéppel.</p> <p>Grafikonok készítése értéktáblázat alapján.</p> <p>Adatok, összefüggések</p>	<p>Az inverz függvény fogalmának szemléletes értelmezése.</p> <p>Az alábbi hozzárendelésekkel megadott függvények ábrázolása és jellemzése: $x \mapsto a^x$; $x \mapsto \log_a x$.</p>

<p>a deduktív következtetéseik gyakorlása: konkrét számokkal és összefüggésekkel megadott függvényekről átlépés az általános képletekkel megadottakra, illetve az általánosítás után azok</p>		<p>keresése a szakirodalomban és az interneten a természetben található jelenségek, folyamatok exponenciális, illetve logaritmusos függvényekkel való leírására. Függvény rajzoló programok használata (internet, grafikus kalkulátor).</p>	
<p>konkrét alkalmazása. A mindennapi élet problémáinak, összefüggéseinek leírása a matematika nyelvén.</p>	<p>Függvények. Függvénytani fogalmak definíciója. Függvények jellemzése korlátosság és konvexitás szempontjából. Az $x \mapsto x^n$, $n \in \mathbb{N}$ függvény. A függvények tulajdonságai az alapfüggvények ismeretében transzformációk segítségével. Az alábbi függvények $c \cdot f(ax+b)+d$ transzformáltjainak grafikonja: $x \mapsto ax+b$; $x \mapsto x^2$; $x \mapsto x^3$; $x \mapsto ax^2+bx+c$; $x \mapsto \sqrt{x}$; $x \mapsto x$; $x \mapsto \frac{a}{x}$; $x \mapsto \sin x$; $x \mapsto \cos x$; $x \mapsto \operatorname{tg} x$; $x \mapsto a^x$; $x \mapsto \log_a x$. Másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatok megoldása. Függvények leszűkítése és kiterjesztése. Összetett függvény.</p>	<p>Grafikonok készítése transzformációval. Poszter készítése csoportmunkában a függvények transzformációs lépéseinek felhasználásával. Függvényrajzoló programok használata (internet, grafikus kalkulátor).</p>	<p>Tudja az alapvető függvénytani fogalmak pontos definícióját. Függvények jellemzése korlátosság és konvexitás szempontjából. Ismerje és tudja ábrázolni az $x \mapsto x^n$, $n \in \mathbb{N}$ függvényt. A függvények tulajdonságait az alapfüggvények ismeretében transzformációk segítségével határozza meg. Tudja ábrázolni az alábbi függvények $c \cdot f(ax+b)+d$ transzformáltjainak grafikonját: $x \mapsto ax+b$; $x \mapsto x^2$; $x \mapsto x^3$; $x \mapsto ax^2+bx+c$; $x \mapsto \sqrt{x}$; $x \mapsto x$; $x \mapsto \frac{a}{x}$; $x \mapsto \sin x$; $x \mapsto \cos x$; $x \mapsto \operatorname{tg} x$; $x \mapsto a^x$; $x \mapsto \log_a x$. Egyszerűbb, másodfokú függvényre vezető</p>

		<p>szélsőérték-feladatok megoldása. Ismerje és alkalmazza a függvények megszorításának (leszűkítésének) és kiterjesztésének fogalmát. Összetett függvény fogalma. Ismerje és tudja ábrázolni az $x \mapsto x^n$ $n \in \mathbb{N}$ függvényt. Tudjon a középszinten felsorolt függvényekből összetett függvényeket képezni.</p>
<p>Sorozatok. Speciális sorozatok: - számtani sorozat, - mértani sorozat, - Fibonacci-sorozat, - négyzetszámok sorozata, - reciprok-sorozat. Sorozatok alkalmazása a gyakorlatban: - kamatos kamat, - járadék, - törlesztő részlet. Sorozatok tulajdonságai: - korlátosság, - monotonitás. Sorozatok konvergenciája. Műveletek konvergens sorozatokkal. A konvergencia és a sorozat egyéb tulajdonságainak kapcsolata. Rendőrelv. Az $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ sorozat vizsgálata. A mértani sor és összege.</p>	<p>Sorozatok és tartófüggvényeik grafikonjának elkészítése és vizsgálata csoportmunkában. Példák és ellenpéldák keresése speciális sorozatok megadásával a sorozat tulajdonságainak elmélyítésére csoportmunkában. Önálló gyakorlás önellenőrzésre alkalmas feladatlapon. A valós számok különböző alakjainak vizsgálata egyértelműség, illetve a számegyenesen való elhelyezkedés szempontjából egymásra épülő</p>	<p>Sorozat jellemzése (korlátosság, monotonitás), a konvergencia szemléletes fogalma. Egyszerű rekurzív képlettel megadott sorozatok. Bizonyítsa a számtani és a mértani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggéseket, valamint az összegképleteket. Ismerje a végtelen mértani sor fogalmát, összegét. Tudjon gyűjtőjáradékot és törlesztő részletet számolni.</p>

		<p>feladatokból álló feladatsor kidolgozásával. Kutatómunka: matematikatörténeti érdekességek az analízis kialakulásáról és fejlődéséről.</p>	
--	--	---	--

Oldaltörés

5. VALÓSZÍNŰSÉG, STATISZTIKA

Fejlesztési célok	Tananyag	Ajánlott tevékenységformák Módszertani javaslatok	A továbbhaladás feltételei
<p>Valószínűségi és statisztikai szemlélet fejlesztése.</p> <p>Kommunikációs készség, vitakultúra fejlesztése állítások és cáfolatok megfogalmazásával.</p> <p>Becslési képesség és a döntési képesség fejlesztése szerencsejátékok szabályainak vizsgálata során.</p> <p>A számolási készség fejlesztése.</p>	<p>Valószínűségszámítás.</p> <p>Kombinatorikus valószínűség.</p> <p>Binomiális eloszlás.</p> <p>Klasszikus valószínűségi modell.</p> <p>Valószínűség és statisztika.</p>	<p>Visszatevése és visszatevés nélküli mintavétel összehasonlítása csoportmunkában végzett kísérletekkel.</p> <p>Egyszerű szabályrendszerű szerencsejátékok nyerési esélyének elemzése csoportmunkában, beszámoló az osztály előtt.</p>	<p>A klasszikus (Laplace-) modell ismerete.</p> <p>Szemléletes kapcsolat a relatív gyakoriság és a valószínűség között.</p> <p>Valószínűségek kiszámítása visszatevéses mintavétel esetén, binomiális eloszlás.</p>
<p>Valószínűségi szemlélet fejlesztése.</p> <p>A statisztikai szemlélet fejlesztése.</p>	<p>Tananyagtartalom nem szerepel, de a helyes valószínűségi és statisztikai gondolkodás fejlesztése az egyes témakörökben folyamatos.</p>		

Oldaltörés

12.OSZTÁLY EMELT SZINT

12. évfolyam

Éves óraszám:196/168 - heti óraszám: 4+3/4+2 óra

Témakör	Témakör feldolgozására javasolt óraszám
1. Gondolkodási módszerek	5/5
2. Geometria	30/26
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	70/60
4. Valószínűség, statisztika	20/17
5. Rendszerező összefoglalás	71/60

1. GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK

Fejlesztési célok	Tananyag	Ajánlott tevékenységformák Módszertani javaslatok	A továbbhaladás feltételei
A matematika tanuláshoz szükséges nyelvi-logikai szerkezetek biztos használata. Állítások tagadásának megfogalmazása. A köznyelv és a matematikai nyelv tudatos megkülönböztetése. A definíció és a tétel különbözősége. Szükséges és elégséges feltétel biztos alkalmazása. A biztos szövegértés, a valóságbeli problémák matematikai értelmezése. A hétköznapi döntéshozatal a matematikai logika eszközeivel. Az induktív és a deduktív gondolkodás alkalmazása. A metakogníció alkalmazása.	Tananyagtartalom nem szerepel, de a helyes, logikus gondolkodás fejlesztésének ezen az évfolyamon is óriási szerepe van az egyes témakörökbe beépítve.	A rendszerező összefoglalás során a különböző időpontokban tanított matematikai ismeretek szintézise.	Ismerje és használja megfelelően az alapfogalom, axióma, definiált fogalom, bizonyított tétel fogalmát.

2. GEOMETRIA

Fejlesztési célok	Tananyag	Ajánlott tevékenységformák Módszertani javaslatok	A továbbhaladás feltételei
<p>A lényeges és a lényegtelen adatok, valamint a feladat megoldásához szükséges összefüggések kiválasztási képességének fejlesztése.</p> <p>Algoritmikus gondolkodás alkalmazása.</p> <p>A metakognitív gondolkodás fejlesztése, az új tudás kapcsolása a meglévőhöz.</p>	<p>Síkidomok kerülete, területe. Háromszög kerülete, területe. Speciális négyszögek kerülete, területe. Szabályos sokszögek kerülete, területe. Kör és részeinek kerülete, területe. Hasonló síkidomok kerülete, területe.</p>	<p>Korábbi ismeretek új helyzetekben való alkalmazása a kerület-, területszámításban.</p> <p>Feladatok megoldása, ellenőrzés párban.</p> <p>Az írásbeli érettségi első részéhez hasonló tesztlap kitöltése a képletek alkalmazására és a mértékegységek átváltására.</p>	<p>Ismerje a kerület és a terület szemléletes fogalmát.</p> <p>Háromszög területének kiszámítása különböző adatokból. Nevezetes négyszögek területének számítása.</p> <p>Szabályos sokszögek kerületének és területének számítása.</p> <p>Kör, körcikk, körszelet kerülete, területe.</p> <p>Kerület- és területszámítási feladatok.</p>
<p>A térszemlélet és a vizuális képzelet fejlesztése.</p> <p>A térfogat és a felszín fogalmának elmélyítése.</p> <p>A modellalkotási, a mérési és a becslési képesség fejlesztése. Algebrai műveletek alkalmazása geometriai feladatokban.</p> <p>Zsebszámológép használata.</p> <p>A mért vagy számított adatok valóságba való konvertálási képességének fejlesztése. Az ellenőrzési igény megszüldésére az eredmények realitásának vizsgálatával. Esztétikai nevelés.</p> <p>Az együttműködés és az önállóság fejlesztése.</p>	<p>Poliéderek felszíne, térfogata. A hasáb felszíne, térfogata. A gúla felszíne, térfogata. A csonkagúla felszíne, térfogata.</p>	<p>Számítási feladatok önálló kidolgozása.</p> <p>Egy-egy feladat többféle megközelítése csoportmunkában.</p> <p>Makettek, modellek, testhálók készítése.</p> <p>Fotóalbum készítése projektmunkával olyan épületek fényképeiről, amelyek a tanult testekkel modellezhetők.</p>	<p>Ismerje a felszín és a térfogat szemléletes fogalmát.</p> <p>Hasáb, gúla, csonkagúla felszínének és térfogatának kiszámítása képletbe való behelyettesítéssel.</p>
<p>A térszemlélet és a vizuális képzelet fejlesztése.</p> <p>A térfogat és a felszín fogalmának elmélyítése.</p> <p>A modellalkotási, a mérési és a becslési képesség fejlesztése.</p> <p>Algebrai műveletek alkalmazása geometriai feladatokban.</p>	<p>További testek felszíne, térfogata. A henger felszíne, térfogata. A kúp felszíne, térfogata. A csonkakúp felszíne, térfogata. A gömb felszíne, térfogata. Beírt és körülírt testek.</p>	<p>Számítási feladatok önálló kidolgozása.</p> <p>Egy-egy feladat többféle megközelítése csoportmunkában.</p> <p>Makettek, modellek, testhálók készítése.</p> <p>Beírt és körülírt testek szemléltetése demonstrációs modellekkel.</p> <p>Előadás, vetítés, kiselőadás matematikatörténeti érdekességekről</p>	<p>Ismerje a felszín és a térfogat szemléletes fogalmát.</p> <p>Forgáshenger, forgáskúp, gömb és csonkakúp felszínének és térfogatának kiszámítása képletbe való behelyettesítéssel.</p>

<p>Zsebszámológép használata. A mért vagy számított adatok valóságba való konvertálási képességének fejlesztése. Az ellenőrzési igény megszilárdítása az eredmények realitásának vizsgálatával. A térgeometria fogalmainak és összefüggéseinek más tudományterületeken való felismerése. Esztétikai nevelés. Együttműködés, önállóság fejlesztése.</p>		<p>(például: az ötféle platonai test, archimedesi testek, közelítő eljárások a gömb felszínének és térfogatának kiszámítására).</p>	
--	--	---	--

3. ÖSSZEFÜGGÉSEK, FÜGGVÉNYEK, SOROZATOK

Fejlesztési célok	Tananyag	Ajánlott tevékenységformák Módszertani javaslatok	A továbbhaladás feltételei
<p>Az irányított figyelem és az adott tulajdonságok közötti kapcsolatteremtés képességének fejlesztése. Képletbe való behelyettesítés képességének fejlesztése – különösen a rekurzív definíció esetén. A többsíkú gondolkodási képesség fejlesztése a valóságból merített szöveges feladatok algebrai megfogalmazása és a matematika jelölésrendszerébe átültetése során. A számított adatok valóságba való konvertálási képességének fejlesztése. Az ellenőrzési igény megszilárdítása az eredmények realitásának vizsgálatával különösen a kamatos kamatszámítási feladatokban. Induktív, deduktív következtetési képesség alkalmazása: konkrét számokkal és összefüggésekkel megadott sorozatokból átlépés az általános</p>	<p>Sorozatok. Sorozat fogalma, megadási módjai. Sorozatok grafikonja, tulajdonságai. Számítási sorozat. Mértani sorozat. Kamatos kamat.</p>	<p>Megkezdett sorozat folytatása, kiegészítése adott szabály vagy a felismert összefüggés szerint csoportmunkában. A sorozat néhány elemének meghatározása és ábrázolása koordinátarendszerben. A képi megjelenés és a valós folyamat kapcsolatának vizsgálata csoportmunkában. A számítási és a mértani sorozat képzési szabályának felfedezése, az összegképletek alkalmazása feladatokban. Önálló feladatmegoldás differenciált feladatlapon. Áremelési adatok, árleszállítási katalógusok gyűjtése, és a bennük található adatok feldolgozása projekt munkában.</p>	<p>A számsorozat fogalmának ismerete, és a különböző megadási módok használata. A számtani és mértani sorozatok fogalmának ismerete. Az a_n-re, illetve az S_n-re vonatkozó összefüggések alkalmazása. A kamatos kamatra vonatkozó képlet használata, illetve bármely adat kiszámítása a képletből.</p>

képletekkel megadottakra, illetve általánosítás után azok konkrét alkalmazása.			
<p>A korábbi matematikai ismeretek beépítése, a lehetséges alkalmazások megkeresése, a tanult új ismeretek beillesztése, a rendszerező szemlélet alakítása.</p> <p>A folytonos és a diszkrét mennyiségekről alkotott kép megszilárdítása a változások elemzése során.</p> <p>Az irányított figyelem és az adott tulajdonságok közötti kapcsolatteremtés képességének fejlesztése.</p> <p>A többsíkú gondolkodási képesség fejlesztése a valóságból merített szöveges feladatok algebrai megfogalmazása és a matematika jelölésrendszerébe átültetése során.</p> <p>Induktív, deduktív következtetési képesség alkalmazása az x^n deriválási szabálya kapcsán: teljes indukcióval átlépés az általános képletbe, illetve általánosítás után annak konkrét alkalmazása.</p> <p>A metakogníció alkalmazása a függvény elemi tulajdonságainak analízisbeli felhasználásakor.</p> <p>Esztétikai nevelés grafikonok készítésekor.</p> <p>A számított adatok valóságba való konvertálási képességének fejlesztése.</p> <p>Az ellenőrzési igény megszilárdítása az eredmények realitásának vizsgálatával.</p>	<p>Differenciálszámítás.</p> <p>Függvény határértéke véges helyen.</p> <p>Függvény határértéke végtelenben.</p> <p>Folytonosság.</p> <p>Függvény határértékére vonatkozó tételek.</p> <p>Differencia- és differenciálhányados.</p> <p>A differenciálhatóság és a folytonosság kapcsolata.</p> <p>Deriválási szabályok.</p> <p>Differenciálható függvények menetének vizsgálata:</p> <ul style="list-style-type: none"> - monotonitás, - szélsőérték, - inflexiós pont, - konvexitás. <p>A differenciálszámítás gyakorlati alkalmazása.</p>	<p>Függvények helyettesítési értékeinek kiszámítása zsebszámológéppel a határérték-fogalom előkészítésére.</p> <p>Tapasztalatgyűjtés folytonos és nemfolytonos függvények grafikonjának vizsgálatával csoportmunkában.</p> <p>Egyszerűbb függvények deriválási szabályainak felfedeztetése és igazolásuk.</p> <p>Önálló feladatmegoldás differenciált feladatlapokon a deriválási szabályok alkalmazására.</p> <p>Függvények diszkussziója, a tanult tulajdonságok vizsgálatával és a korábbi ismeretek felhasználásával önálló munkában, önellenőrzés grafikus kalkulátorral.</p> <p>A függvénytulajdonságok változásának elemzése a függvény leszűkítésekor.</p> <p>Klasszikus és gyakorlati szélsőérték feladatok megoldása különböző módszerekkel.</p> <p>Kutatómunka: a deriválás alkalmazása különböző tudományterületeken.</p>	<p>Ismerje a végesben vett véges, a végtelenben vett véges és a tágabb értelemben vett határérték szemléletes fogalmát.</p> <p>A folytonosság szemléletes fogalma.</p> <p>Tudja a differencia- és differenciálhányados definícióját.</p> <p>Alkalmazza az összeg, a konstansszoros, a szorzat- és a hányadosfüggvény deriválási szabályait.</p> <p>Alkalmazza egyszerű esetekben az összetett függvény deriválási szabályát.</p> <p>Tudja bizonyítani, hogy $(x^n)' = nx^{n-1}$, $n \in \mathbb{N}$ esetén.</p> <p>Ismerje a trigonometrikus függvények deriváltját.</p> <p>Alkalmazza a differenciálszámítást:</p> <ul style="list-style-type: none"> - érintő egyenletének felírására, - szélsőérték-feladatok megoldására, - polinom-függvények (menet, szélsőérték, alak) vizsgálatára.
A korábbi matematikai ismeretek beépítése, a lehetséges alkalmazások	<p>Integrálszámítás.</p> <p>A határozott integrál fogalma.</p>	A parabolikus háromszög területének meghatározása különböző ötletekkel.	Ismerje folytonos függvényekre a határozott integrál szemléletes fogalmát és

<p>megkeresése, a tanult új ismeretek beillesztése, a rendszerező szemlélet alakítása.</p> <p>Az inverz kapcsolat alkalmazási képességének elmélyítése.</p> <p>A görbe alatti terület és a határozott integrál közti különbség tudatosítása.</p> <p>A valóságból merített szöveges feladatok megoldásának realitásvizsgálata.</p> <p>A metakogníció alkalmazása a függvény elemi tulajdonságainak analízisbeli felhasználásakor.</p> <p>A döntési képesség fejlesztése a legalkalmasabb integrálási módszer kiválasztásakor.</p>	<p>A határozott integrál tulajdonságai.</p> <p>Az integrálfüggvény és a primitívfüggvény fogalma.</p> <p>Integrálási szabályok.</p> <p>Newton–Leibniz-tétel.</p> <p>Görbe alatti terület.</p> <p>Forgástestek térfogata.</p> <p>A integrálszámítás gyakorlati alkalmazása.</p>	<p>Önálló feladatmegoldás differenciál feladatlapon az integrálási szabályok alkalmazására.</p> <p>Ismert térfogatképletek igazolása forgástestekre csoportmunkában.</p> <p>Kutatómunka: az integrálás alkalmazása különböző tudományterületeken.</p>	<p>tulajdonságait.</p> <p>Ismerje a kétoldali közelítés módszerét, az integrálfüggvény fogalmát, a primitív függvény fogalmát, valamint a Newton-Leibniz-tételt.</p> <p>Tudja polinomfüggvények, illetve a szinusz- és a koszinuszfüggvény grafikonja alatti területet számolni.</p>
--	---	---	--

4. VALÓSZÍNŰSÉG, STATISZTIKA

Fejlesztési célok	Tananyag	Ajánlott tevékenységformák Módszertani javaslatok	A továbbhaladás feltételei
<p>Valószínűségi szemlélet fejlesztése.</p> <p>A statisztikai szemlélet fejlesztése.</p>	<p>Tananyagtartalom nem szerepel, de a helyes valószínűségi és statisztikai gondolkodás fejlesztése az egyes témakörökben folyamatos.</p>		
<p>Valószínűségi és statisztikai szemlélet fejlesztése.</p> <p>Kommunikációs készség, vitakultúra fejlesztése feladatok értelmezése és megoldása kapcsán.</p> <p>A számolási készség fejlesztése.</p> <p>A zsebszámológép statisztikai funkcióinak használata.</p> <p>A döntési képesség fejlesztése a feladat szövegéhez legjobban illeszkedő eloszlás kiválasztása során.</p> <p>A függvény szemlélet fejlesztése a</p>	<p>Valószínűség számítás, statisztika.</p> <p>Nagy elemszámú adatsokaság jellemzői.</p> <p>Feltételes valószínűség.</p> <p>Események függetlensége.</p> <p>Valószínűségi változó.</p> <p>Várható érték, szórás.</p> <p>Egyenletes eloszlás várható értéke, szórása.</p> <p>Binomiális eloszlás várható értéke, szórása.</p> <p>Hipergeometriai eloszlás várható értéke, szórása.</p>	<p>Visszatevés és visszatevés nélküli mintavétel összehasonlítása csoportmunkában végzett kísérletekkel.</p> <p>A feladat szövegének megfelelő ábra készítése a valószínűség számértékének geometriai mennyiséggel történő szemléltetésére és a feladat megoldása csoportmunkában.</p> <p>Poszter készítése az egyes eloszlásokhoz tartozó típusfeladatokról osztálymunkában.</p> <p>Önálló feladatmegoldás.</p>	<p>Tudjon hisztogramot készíteni, és adott hisztogramról információt kiolvasni.</p> <p>Ismerje az adathalmazok egyesítése és átlaguk közötti kapcsolatot.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: események egyesítésének, metszetének és komplementerének valószínűsége, feltételes valószínűség, függetlenség, függőség.</p> <p>A nagy számok törvényének szemléletes tartalma (nagyobb n-ekre valószínűbb,</p>

<p>geometriai mennyiségek arányaként definiált valószínűség kapcsán.</p>	<p>Geometriai valószínűség.</p>		<p> $\left \frac{k}{n} - p \right < \delta$ hogy $\left \frac{k}{n} - p \right < \delta$). Geometriai valószínűség. A binomiális eloszlás (visszatevéses modell) és a hipergeometriai eloszlás (visszatevés nélküli modell) tulajdonságai és ábrázolása. Várható érték, szórás fogalma és kiszámítása a diszkrét egyenletes és a binomiális eloszlás esetén. A binomiális eloszlás alkalmazása. A minta relatív gyakoriságának becslése a sokaság paramétereinek ismeretében. </p>
--	---------------------------------	--	---

5. RENDSZEREZŐ ÖSSZEFOGLALÁS

A rendszerező összefoglalás egyik célja a matematika különböző témaköreiben szerzett ismeretek szintézise.

Másik cél a tanulók felkészítése a középszintű érettségi vizsgára.

A célok elérésének módszere a tematikus ismétlés, majd az érettségi követelményeknek megfelelő felmérők önálló megoldása, s a felmerülő problémák megbeszélése, az esetleges hiányok pótlása. Hasznos lehet, a régi érettségi feladatsorok megoldása.

Az önálló gyakorlásra alkalmas házi feladatok mennyisége megnövekedik a korábbi évekhez viszonyítva.